CEFET/RJ
DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

MODELO ANALÍTICO DE DISTRIBUIÇÃO DE FORÇAS EM LIGAMENTOS DE JOELHO

Juliana Emery Silva Pereira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais.

Orientador: Paulo Pedro Kenedi, D.Sc.

Rio de Janeiro
Novembro de 2023

MODELO ANALÍTICO DE DISTRIBUIÇÃO DE FORÇAS EM LIGAMENTOS DE JOELHO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais.

Juliana Emery Silva Pereira

Banca Examinadora:

Presidente, Prof. Paulo Pedro Kenedi, D. Sc. - CEFET/RJ (orientador)

Prof. Luiz Carlos da Silva Nunes, D.Sc. – UFF

Prof. Ricardo Alexandre Amar de Aguiar, D. Sc. - CEFET/RJ

Prof. Hector Reynaldo Meneses Costa, D. Sc. - CEFET/RJ

Rio de Janeiro
Novembro de 2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

P436 Pereira, Juliana Emery Silva
Modelo analítico de distribuição de forças em ligamentos de joelho / Juliana Emery Silva Pereira. — 2023.
51f. + apêndice : il. color. , enc.

Dissertação (Mestrado) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2023.
Bibliografia : f. 47-51
Orientador: Paulo Pedro Kenedi

1. Engenharia de fatores humanos. 2. Joelhos. 3. Ligamentos (Anatomia). I. Kenedi, Paulo Pedro (Orient.). II. Título.

CDD 620.82

Elaborada pela bibliotecária Tania Mello – CRB/7 nº 5507/04

RESUMO

Modelo analítico de distribuição de forças em ligamentos de joelho

O presente trabalho tem a finalidade de propor um modelo analítico, baseado em Mecânica dos Sólidos, que seja capaz de estimar a divisão de carregamentos entre quatro ligamentos de joelho de porco: o Ligamento Colateral Lateral (LCL), o Ligamento Cruzado Anterior (LCA), o Ligamento Cruzado Posterior (LCP) e o Ligamento Colateral Medial (LCM). No modelo inicial os ligamentos são tratados como molas elásticas e lineares, carregados verticalmente. O cálculo das rigidezes, necessário para a implementação do modelo analítico inicial, é função do comprimento, da área da seção transversal e do módulo de elasticidade de cada ligamento. Utiliza-se a teoria de pequenas deformações e supõe-se que o material tenha comportamento elástico. Neste modelo inicial os ligamentos do joelho foram todos incluídos em um só plano. Em um desenvolvimento posterior, os ligamentos de joelho são posicionados no espaço, de forma a acompanhar os pontos de inserções nos ossos, as inclinações e os tamanhos de ligamentos encontrados em tratados de anatomia. Em um aperfeiçoamento adicional o carregamento vertical foi adaptado para deslocamento vertical imposto, a viscoelasticidade foi acrescentada ao comportamento puramente elástico inicial, para se aproximar do desempenho mecânico de ligamentos, classificados na literatura médica como tecidos moles. Para incluir a parte viscosa no modelo analítico proposto, testes experimentais de relaxação nos quatro tipos de ligamentos de joelho de porco foram utilizados, dentro da abordagem viscoelástica quasi-linear proposta por Fung. A escolha de ligamentos retirados de joelhos de porco para a realização da parte experimental, utilizada nesta dissertação, deveu-se à grande semelhança anatômica destes ligamentos com os ligamentos de joelhos humanos. Com o aumento de complexidade do modelo analítico se fez necessário a utilização de uma linguagem de programação, como o C Sharp, para a solução do sistema de equações gerado. Os resultados iniciais mostram que a divisão de carregamentos entre ligamentos de joelho não foi tão afetada pela atuação do componente viscoso destes. Já o decréscimo da capacidade dos ligamentos de joelho de porco em resistir à esforços alcançou valores da ordem da metade de suas capacidades originais. Um resultado adicional foi a geração das constantes da abordagem de Fung, necessárias para implementação deste e de novos desenvolvimentos de modelos analíticos que necessitem a descrição viscoelástica do comportamento de ligamentos de joelho de porco. Finalmente, espera-se que profissionais da saúde consigam se beneficiar da extrapolação destes resultados. Que contribua para que um médico ortopedista possa realizar um melhor planejamento de intervenção ou que um fisioterapeuta possa aperfeiçoar o tratamento de um paciente em período pós-operatório.

Palavras-chave: Modelo analítico; Divisão de cargas; Ligamentos do joelho; Viscoelasticidade

ABSTRACT

Analytical model of sharing load distribution in the knee ligaments

The present work aims to propose an analytical model, based on Solid Mechanics, that can estimate the division of loads between four porcine knee ligaments: the Lateral Collateral Ligament (LCL), the Anterior Cruciate Ligament (ACL), the Posterior Cruciate Ligament (PCL) and the Medial Collateral Ligament (MCL). In the initial model, ligaments are treated as elastic and linear springs, loaded vertically. The calculation of stiffness, necessary to implement the initial analytical model, is a function of length, cross-sectional area, and modulus of elasticity of each ligament. The theory of small deformations is used, and it is assumed that the material has elastic behavior. In this initial model, the knee ligaments were all included in one plane. In a later development, the knee ligaments are positioned in space, to follow the insertion points on the bones, the inclinations, and the sizes of ligaments found in anatomy treatises. In a further refinement, the vertical loading was adapted to imposed vertical displacement, and viscoelasticity was added to the initial purely elastic behavior, to approximate the mechanical performance of ligaments, classified in the medical literature as soft tissues. To include the viscous part in the proposed analytical model, experimental relaxation tests on the four types of porcine knee ligaments were used, within the quasi-linear viscoelastic approach proposed by Fung. The choice of ligaments removed from porcine knees to carry out the experimental part, used in this dissertation, was due to the great anatomical similarity of these ligaments with the ligaments of human knees. With the increase in complexity of the analytical model, it became necessary to use a programming language, such as C Sharp, to solve the generated system of equations. Initial results show that the division of loads between knee ligaments was not as affected by the action of their viscous component. The decrease in the capacity of porcine knee ligaments to resist loads reached values of the order of half of their original capacities. An additional result was the generation of the constants of Fung's approach, necessary for implementing this and new developments of analytical models that require the viscoelastic behavior description of porcine knee ligaments. Finally, it is expected that health professionals will be able to benefit from the extrapolation of these results. That helps an orthopedic doctor to carry out better intervention planning or a physiotherapist to improve the treatment of a patient in the postoperative period.

Keywords: Analytical model; Sharing load; Knee Ligaments; Viscoelasticity

Lista de Ilustrações

Figura 1 - Planos principais do corpo humano.....15
Figura 2 - Vista anterior (vista de trás) do joelho humano e estruturas..... 15
Figura 3 - Curva tensão vs deformação típica de um ligamento 17
Figura 4 - Comportamento da tensão e da deformação ao longo do tempo nos fenômenos de: (a) relaxação e (b) fluência. 20
Figura 5 - Modelo de Maxwell de viscoelasticidade..... 21
Figura 6 - Modelo de Maxwell Generalizado..... 21
Figura 7 - Modelo de ligamentos 1D no espaço com carregamento imposto. 25
Figura 8 - Modelo de ligamentos 1D no espaço com deslocamento imposto. 27
Figura 9 - Variáveis geométricas de um ligamento..... 28
Figura 10 - Fluxograma da lógica de construção do programa. 33
Figura 11- - (a) c.p. de ligamento de joelho de porco com plugs ósseos proximais e distais (b) Ligamento de joelho de porco instalado nas garras da máquina de ensaio de materiais Instron.. 34
Figura 12 - (a) ângulo final, (b) deslocamento final, (c) deformação final, (d) força inicial, (e) força final e (f) tensão final..... 38

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Dimensões e área de seção transversal dos ligamentos..... 35
Tabela 2 - Ligamentos de joelho de porco – área da seção transversal e propriedade elástica.....36
Tabela 3 - Ligamentos de joelho de porco – comprimento e ângulo iniciais.....36
Tabela 4 - Constantes de Fung de ligamentos de joelho de porco para ε = 6%... 37
Tabela 5 - Diminuição de força nos ligamentos no modelo analítico viscoelástico..... 39
Tabela 6 - Divisão das cargas entre ligamentos na direção vertical.....40
Tabela 7 - Comparação entre modelos.....41

Lista de Abreviaturas e Siglas

A - constante multiplicativa da rampa elástica da abordagem de Fung

B - expoente da rampa elástica da abordagem de Fung

$\cos\theta_{nk}$ - cosseno diretor em relação ao vetor unitário k do ligamento *n*

d_n - projeção de L_n no plano xy

d_{n0} – é igual a d_n

E - módulo de elasticidade

E_n - módulo de elasticidade do ligamento *n*

F_n, F_n (t) - força longitudinal no ligamento *n*

$G(t)$ - função de relaxação reduzida da abordagem de Fung

G_0, G_1, G_2, G_3 – módulos de relaxação do material

G_∞ - módulo de relaxação no equilíbrio

$J(t)$ - função de fluência

K_n - rigidez axial do ligamento *n*

L_n - comprimento do ligamento *n*

L_{ni} - projeção do comprimento do ligamento *n* na direção do vetor unitário *i*

L_{nj} - projeção do comprimento do ligamento *n* na direção do vetor unitário *j*

L_{nk} - projeção do comprimento do ligamento *n* na direção do vetor unitário *k*

L_{n0} - comprimento inicial do ligamento *n*

LCA - ligamento Cruzado Anterior

LCL - ligamento Colateral Lateral

LCM - ligamento Colateral Medial

LCP - ligamento Cruzado Posterior

m - número de parcelas do somatório da série de Prony

n - número de ligamentos de joelho

P_z - força vertical referente ao deslocamento imposto δ_z

S_n - área da seção transversal do ligamento *n*

t – tempo

z_n - projeção de L_n no eixo vertical

z_{n0} - projeção de $L_{n0} + \delta_{n0}$ no eixo vertical

α - fator multiplicativo relacionado à pre-carga (nesta dissertação foi usado α = 1)

δ_n - variação de comprimento longitudinal do ligamento *n*

δ_{n0} - variação de comprimento longitudinal causado pela pré-carga no ligamento *n*

δ_{nL} - variação de comprimento longitudinal imposto no ligamento *n*

δ_z - variação de comprimento vertical imposto ao joelho

δ_{nz} - variação de comprimento vertical imposto ao ligamento *n*

ε - deformação linear

ε_0 - deformação linear constante

ε_n - deformação linear do ligamento *n*

σ - tensão normal

$\sigma^e(t)$ – resposta elástica da abordagem de Fung (rampa elástica)

σ_n - tensão normal do ligamento *n*

σ_0 - tensão normal constante

τ - tensão cisalhante, tempo de relaxação

τ_1, τ_2, τ_3 - tempos de relaxação

θ_{n0} - ângulo inicial do ligamento *n* com a vertical

θ_{nk} - ângulo final do ligamento *n* com a vertical do modelo analítico elástico

θ_n- ângulo final do ligamento *n* com a vertical do modelo analítico viscoelástico

μ - viscosidade dinâmica ou módulo de viscosidade

$\frac{dv}{dy}$ - gradiente de velocidade

Sumário

Introdução.....12
1. Revisão Bibliográfica.....14
1.1. Conceitos básicos da anatomia do joelho.....14
1.2. Viscoelasticidade.....18
1.2.1 Modelo Linear de viscoelasticidade.....20
1.2.2 Modelo Quasi-linear de viscoelasticidade.....23
2. Modelagem Analítica.....25
2.1 Modelo analítico elástico 1D no espaço.....25
2.2 Modelo analítico viscoelástico 1D no espaço.....27
2.3 Abordagem numérica.....31
2.4 Abordagem experimental.....34
3. Resultados e discussão.....36
4. Conclusão.....44
5. Propostas Futuras.....46
6. Referências.....47
APÊNDICE *A*.....52
APÊNDICE *B*.....55
APÊNDICE *C*.....57
APÊNDICE *D*.....59

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus por sempre abrir portas e iluminar meus caminhos, mesmo quando não parecem tão claros ou seguros. Por me dar forças quando pedi e precisei e oportunidades de alcançar metas e conquistas que nunca imaginei.

Preciso agradecer imensamente ao Cefet/RJ pela oportunidade de cursar e me tornar Mestre em Engenharia Mecânica, este diploma me traz enorme orgulho e satisfação de trilhar tal trajetória e ter vivido e aprendido tanto nesta instituição. Agradecer ao Professor Ricardo Alexandre Aguiar pela oportunidade de conquista deste título, tão importante para meu crescimento profissional e pessoal. Em especial, meu mais sincero agradecimento ao meu orientador Professor Paulo Pedro Kenedi, por acreditar neste trabalho desde o início e por todo suporte ao longo desta trajetória. Não apenas com todo seu empenho durante minha orientação acadêmica, estando sempre presente e assíduo em todas as etapas desta jornada, mas também pelas conversas e conselhos que foram doses essenciais de conforto e coragem. Muito obrigada, professor.

Nada disso seria possível se não fosse meu maior incentivador, meu marido Daniel. Obrigada pelos incansáveis conselhos, por me ouvir, por toda palavra e tantas conversas que me encorajavam a seguir em frente. Por compreender cada ausência minha em diversos dias e noites para que este trabalho fosse realizado, por toda paciência com cansaço que se seguiram ao longo desses anos. Mas obrigada principalmente, por abraçar e viver esta trajetória comigo. Você foi o primeiro a acreditar neste projeto e me encorajar. Desde o dia da inscrição, você estava ao meu lado, acreditando no meu potencial. Me incentivamendo e apoiando em cada etapa de aula, congressos, escrita e preparação. Você foi insubstituível, crucial e incansável para que tudo isso se tornasse real. Meu obrigada mais sincero por estar sempre me apoiando e vibrando comigo.

Preciso exaltar meu pais, Cesar e Conceição, que são as pessoas que em todo meu caminhar, se dedicaram e nunca mediram esforços para que eu tivesse todas as oportunidades e chances na vida. Se hoje conquisto mais um diploma, absolutamente é graças a todo empenho que um dia vocês tiveram para me proporcionar a melhor formação e educação possível. Sim, esta conquista é nossa! Pois sem vocês, eu não seria ninguém. E como meu pai um dia falou, não importa o tempo que passe, estaremos juntos celebrando cada conquista.

Por fim, agradecer a pessoas especiais que durante este mestrado, se tornaram também minha família, meus sogros Edio e Marianne. Obrigada por todos os dias em que fui acolhida como filha quando precisei ficar mais próximo do CEFET, pelas conversas durante cafés e jantas, pelas palavras de incentivo e preocupação em cada pergunta de "Como anda o mestrado?". Gestos como esses, podem parecer pequenos para muitos, mas fizeram diferença no meu caminhar.

Este mestrado se concretizou graças ao apoio de Deus e a sorte que tenho em poder contar com pessoas como vocês, por isto deixo aqui meu mais sincero e puro muito obrigada!

Introdução

O joelho é considerado uma das maiores articulações presentes no corpo humano. Segundo estudos estatísticos, uma das partes mais suscetíveis a lesões, como mostra Simionato (2014). A prática de atividades físicas de uma pessoa em busca do bem estar e de uma vida saudável ou mesmo tratando-se de atletas profissionais, lesões nos ligamentos de joelho podem ocorrer mesmo sem ocorrer nenhum trauma, como estudado em Yu *et al.* (2007) e Griffin *et al.* (2000). Dado a considerável importância do joelho para a qualidade de vida de um indivíduo e sua grande propensão a lesões nos ligamentos, o assunto torna-se relevante e tem ganho visibilidade no meio acadêmico. Diversos estudos e modelos foram desenvolvidos com o objetivo de melhorar o entendimento de suas propriedades, comportamento, geometria dos ligamentos, dentre outros.

Utilizando conceitos básicos da Mecânica dos Sólidos, e em especial da Viscoelasticidade, o presente estudo visa propor um modelo analítico para a estimativa da divisão de carregamentos entre os ligamentos de joelho, considerando as equações constitutivas de comportamento elástico e viscoelástico. São utilizados dados experimentais do comportamento viscoelástico dos ligamentos de joelho de porco, como dados de entrada para o modelo analítico proposto, para estimar o comportamento em cada ligamento de joelho quanto ao seu deslocamento (mudança de comprimento), deformação, força, tensão e angulação.

Espera-se que os resultados do modelo proposto possam ser utilizados por profissionais da área de saúde, principalmente fisioterapeutas e médicos ortopedistas, como apoio para quantificação dos comportamentos apresentados por ligamentos, principalmente no pós-operatório.

No Capítulo 1, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre conceitos básicos necessários para o entendimento do presente estudo como: a anatomia do joelho e seus componentes e estruturas principais, o uso de ligamentos de joelho de porco no estudo experimental, e conceitos fundamentais da viscoelasticidade. Estudos importantes desenvolvidos por pesquisadores da área são referênciados.

No Capítulo 2 apresenta-se os modelos analíticos anteriores. O modelo analítico proposto é detalhado, considerando todas as váriáveis de relevância como a propriedade viscoelástica do tecido. Também está presente neste capítulo explicações sobre a aplicação numérica utilizada para resolver o sistema de equações do modelo

proposto, além de detalhes sobre os experimentos realizados para a obtenção das constantes da abordagem de Fung.

No Capítulo 3, mostra-se os resultados obtidos a partir da aplicação do modelo proposto, e os respectivos comentários. Faz-se, ainda, um comparativo dos resultados do modelo proposto com os resultados experimentais/numéricos, publicados em artigos, sobre assuntos semelhantes.

No Capítulo 4 apresenta-se a conclusão sobre o modelo analítico proposto de divisão de cargas entre ligamentos de joelho, levando-se em conta o comportamento viscoelastico destes.

No Capítulo 5 apresenta-se as propostas futuras.

No Capítulo 6 encontra-se a lista de todas as referências.

1. Revisão Bibliográfica

Devido a sua grande importância, o joelho é o objetivo de pesquisas que visam entender cada vez mais o seu funcionamento e correlações entre suas estruturas, tanto ósseas quanto de tecidos moles. Com relação aos ligamentos, pesquisas estão sendo desenvolvidas para melhorar o entendimento de seu comportamento mecânico e da distribuição de cargas entre os seus ligamentos.

Com o objetivo de contribuir para os estudos dos ligamentos, a engenharia mecânica pode viabilizar a construção de modelos analíticos, por exemplo, capazes de descrever a distribuição de cargas entre os quatro ligamentos do joelho.

O presente capítulo apresenta uma revisão bibliográfica de conceitos básicos de anatomia do joelho e de seus ligamentos, assim como conceitos de Mecânica dos Sólidos necessários, como os de viscoelasticidade, para acompanhamento do desenvolvimento analítico do modelo proposto.

1.1. Conceitos básicos da anatomia do joelho

Desde as primeiras sociedades, o corpo humano e sua anatomia são estudados. Explorando seus arranjos, órgãos, distribuição de sistemas, formatos, tamanhos, todas as informações que possibilitem entender melhor esse complexo conjunto de sistemas que formam um organismo humano. Dentre os diversos sistemas que compõem a anatomia humana, encontra-se o sistema músculoesquelético

O sistema músculoesquelético é responsável por diversas funções, desde a mais usual, como a locomoção, até de proteção de órgãos vitais de outros sistemas do corpo, como, por exemplo, a proteção do sistema cardiovascular e do sistema nervoso.

Particularmente, o joelho é uma articulação complexa e com morfologia que permite movimentos em planos, como o sagital. A Fig.**1** ilustra os quatro principais planos que dividem o corpo em seções.

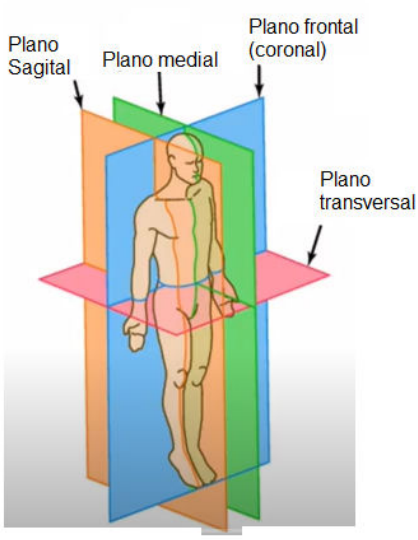

Figura 1 - Planos principais do corpo humano. Fonte: Adaptado de YouTube (2023)

O joelho é formado por um grande número de elementos. Existem estabilizadores passivos como meniscos e a cápsula articular sinovial. Existem, também, os ligamentos, que buscam a estabilidade da articulação, que auxiliam no funcionamento harmônico do joelho. O foco da dissertação são os ligamentos: Colateral Lateral (LCL), que também é conhecido por Ligamento Colateral Fibular, Cruzado Anterior (LCA), Cruzado Posterior (LCP), Ligamento Colateral Medial (LCM), também chamado de Ligamento Colateral Tibial. Na Fig. **2** é mostrado uma ilustração da vista anterior de um joelho humano.

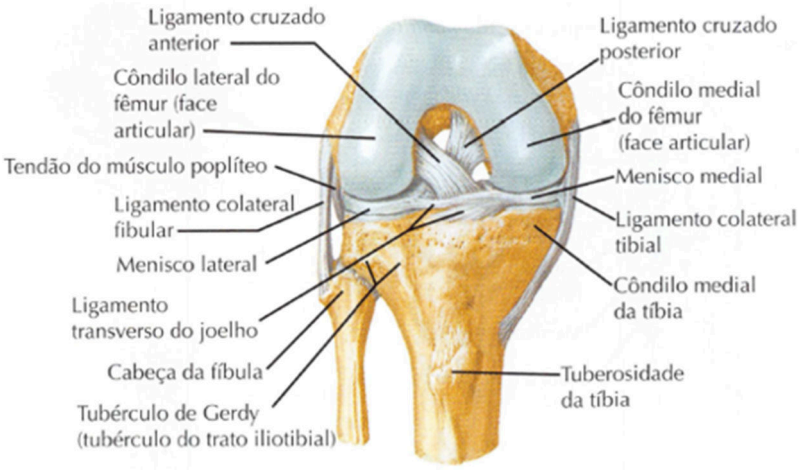

Figura 2 - Vista anterior (vista de trás) do joelho humano e estruturas. Fonte: Thompson (2012)

Em sua estrutura, o joelho é constituído não somente por músculos, estruturas ósseas e cartilaginosas, mas também por tecidos moles como os ligamentos, que apresentam sua estrutura constituída por colágeno, elastina e água. O percentual, de água, varia de 55% a 65% e o percentual restante é divido entre colágeno e elastina, Martin *et al.* (2015). Esta composição proporciona uma alta capacidade de movimento, flexibilidade e resistência a carregamentos significativamente elevados aos ligamentos, segundo Stender *et al.* (2018).

Tendões e ligamentos são elementos que diferem em alguns aspectos, como por exemplo, os ligamentos são responsáveis por fazer a conexão entre ossos, a fim de manter a estabilidade das articulações, Birch *et al.* (2013) e também a transmissão de força entre ambos, Parmar (2018). Os tendões desempenham a tarefa de interligar músculos e ossos, sendo encarregados de propiciar o movimento, Franchi *et. al.* (2007) e assim transmitir força entre tais elementos, Parmar (2018). Porém se assemelham em diversos outros aspectos, compartilhando características estruturais e funcionais, onde ambos são responsáveis por transmitir força no sistema músculo esquelético, controlando as cargas em suas regiões específicas de atuação. É interessante destacar que, devido a essa transmissão de cargas, uma vez que existe a ocorrência de lesão, tanto o ligamento quanto os tendões, tendem a seguir o mesmo padrão de cicatrização, o qual pode levar até dois anos para o organismo consiga curar inteiramente e o tecido possa ser considerado totalmente recuperado, Parmar (2018).

Para permitir posturas e movimentos do corpo, como por exemplo de ir para frente e para trás, subir e descer, seja uma caminhada ou um agachamento, diversas estruturas e músculos trabalham em conjunto para garantir que estas diversas execuções sejam possíveis. Dentre elas, encontram-se as articulações, ou juntas como popularmente são conhecidas.

De acordo com Benjamin *et al.* (2008), os tendões têm a capacidade de retornar apresentando um comportamento elástico, após a retirada de uma força de tração que esteja sendo aplicada.

Para Parmar (2018), os ligamentos quando submetidos a cargas relativamente baixas, ilustrada na Região I da Fig. **3**, iniciam uma padronização de organização de suas fibras. À medida que a força cresce, o ligamento aumenta a sua capacidade de absorção de energia, alongando-se linearmente até chegar a seu ponto de falha e assim a ruptura, onde a Região II ilustrada na Fig. **3** denominada fase de estiramento.

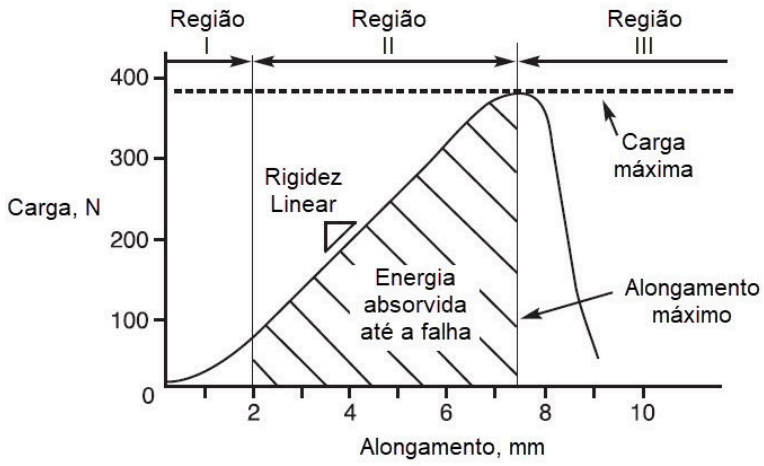

Figura 3 - Curva tensão vs deformação típica de um ligamento. Fonte: Adaptado de Parmar (2018)

As propriedades mecânicas dos ligamentos são características fundamentais para que o joelho seja capaz de desempenhar sua função de maneira eficiente. As fibras de colágenos orientadas no sentido longitudinal do ligamento, garantem que resistam a tensão provocada por cargas trativas usuais. Cargas transversais, de cisalhamento ou compressivas, também podem existir, contudo em comparação as cargas trativas, tornam-se pouco significativas quando analisa-se o comportamento natural do joelho, Ellis *et al.* (2015) e Gardiner *et al.* (2001).

Ao iniciar uma pesquisa em que o foco principal é o estudo de uma parte do corpo humano e que haverá testes experimentais, é importante analisar como estes testes são realizados. Deve ser considerado, por exemplo, se o material a ser utilizado será humano ou animal. Onde e como este material será obtido, armazenado e manipulado; bem como as questões éticas e legais. Caso não seja material humano, investigar qual espécie animal mais se aproxima da anatomia humana.

Neste sentido, faz-se estudos comparativos de partes do corpo humano com partes do corpo de espécies de animais. Busca entender similaridades e discrepância entre eles. Estas pesquisas desempenham, assim, um papel fundamental na validação de trabalhos em que se utiliza partes do corpo espécies animais como objeto para testes experimentais.

É possível encontrar diversas literaturas e pesquisas que lançam mão de animais como ovelhas, como em Meller *et al*. (2008), em que é feito um estudo para entender como se comporta o crescimento do LCA após uma intervenção cirurgica. Xerogeanes *et al*. (1998), realizou-se um estudo comparativo entre um grupo de joelhos cadavéricos humanos, de cabra, porco e ovelhas visando entender experimentalmente quais são

as discrepâncias e semelhanças existentes entre as espécias. Observou-se que o comportamento das forças em termos de magnitude e direção a partir de ensaio experimental, onde se aplicaram forças de 50N e 100N com joelhos flexionados a 90°. Conclui-se que entre as espécies analisadas, a que mais se aproxima do joelho humano é o joelho de porco. Em Proffen *et al.* (2012) é feito um estudo anatômico de estruturas intra articulares do joelho de seis espécies de animais diferentes, sendo estes: vaca, ovelha, cabra, cachorro, porco e coelho. Para tal, foram selecionados de 3 a 5 joelhos de cadáveres de cada espécie, mais joelhos de cadáveres humanos, para se analisar amplitude de movimento e tamanho de estruturas articulares.

Existem estudos que comprovam que o congelamento de tecidos moles, como os ligamentos, dentro de temperaturas e protocolos de cuidados com tecido, garante uma boa preservação das propriedades biomecânicas do material, com pouca perda em características viscoelásticas do tecido, como descrito em Moon *et al.* (2006), em que realiza-se um estudo em seis pares de joelho de coelhos. Neste trabalho, uma amostra foi submetida a testes imediatamente após abate e uma segunda amostra foi congelada, descongelada duas vezes até que a mesma sequência de testes fosse realizada, como o de carregamento até a ruptura, constatando que o processo de congelar e descongelar o material não afeta o tecido de maneira significativa.

1.2. Viscoelasticidade

A viscoelasticidade é um fenômeno presente em alguns materiais como polímeros, compósitos e tecidos biológicos, caracterizado pela combinação dos comportamentos elástico e viscoso. São materiais em que suas propriedades variam em função do tempo e da temperatura. O ligamento de joelho é um exemplo de tecido mole, que apresenta comportamento viscoelástico. É suposto que a viscoelasticidade do ligamento de joelho varia apenas em função do tempo, pois considera-se que a temperatura corporal mantenha-se razoavelmente constante ao longo do tempo. Os modelos de viscoelasticidade podem ser divididos, de forma arbitrária, em: lineares, quasi-lineares e não lineares.

Uma breve revisão sobre comportamentos mecânicos elástico e viscoso, é apresentado para ajudar no entendimento do funcionamento do modelo viscoelástico proposto.

A elasticidade é caracterizada pela capacidade de um material de retomar sua forma original, após a retirada da força previamente aplicada, conforme:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{1}$$

A equação (1), conhecida como Lei de Hooke, descreve a variação linear da tensão σ em função da variação da deformação ε, através do módulo de elasticidade *E*.

Já a viscosidade pode ser definida pela propriedade de um material de resistir ao escoamento ou a força cisalhante. Esse efeito é gerado pelas forças de atrito do fluido ao escoar entre suas próprias camadas ou em relação a uma superfície de contato, diminuindo a velocidade de seus movimentos. Assim, esse fenômeno pode ser descrito pela equação (2):

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \tag{2}$$

A equação (2) indica que quanto maior for o coeficiente de viscosidade dinâmica (ou módulo de viscosidade) μ, maior a tensão cisalhante τ terá que ser aplicada ao material para deslocá-lo a um mesmo gradiente de velocidade $\frac{dv}{dy}$.

Portanto para um material de comportamento viscoelástico, sua caracterização depende de coeficientes: o módulo de elasticidade e o módulo de viscosidade dinâmica. Um material viscoelástico pode ser caracterizado através de ensaios mecânicos especiais como o de Relaxação e o de Fluência. Na relaxação uma deformação constante ε_0 é imposta ao longo do tempo e como resultado, a tensão nominal σ irá diminuir gradualmente. Este comportamento é descrito pela equação (3), considerando a função de relaxação $G(t)$.

$$\sigma = G(t) \cdot \varepsilon_0 \tag{3}$$

Na fluência, a tensão σ_0 permanece constante, porém a deformação ε aumenta ao longo do tempo, como descrito pela equação (4), sendo $J(t)$ a função de fluência.

$$\varepsilon = J(t) \cdot \sigma_0 \tag{4}$$

A Fig. **4** compara ambos os comportamentos de tensão e deformação ao longo do tempo de cada um destes fenômenos. Onde na relaxação a deformação se mantém constante enquanto existe variação da tensão e na fluência, a tensão se mantém constante e a deformação varia.

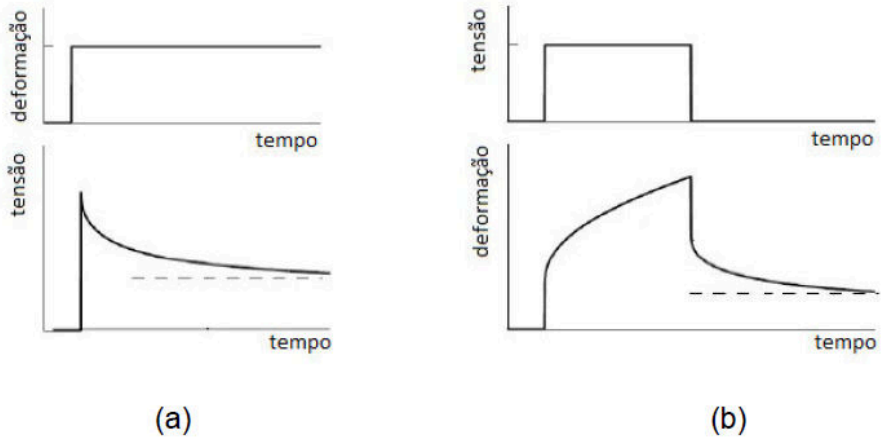

Figura 4 - Comportamento da tensão e da deformação ao longo do tempo nos fenômenos de: (a) relaxação e (b) fluência. Fonte: Adaptado de Composite Construction (2020)

Os três tipos de modelos de viscoelasticidade mais comumente encontrados são o linear, o quasi-linear e o não linear. Os modelos de viscoelasticidade linear e o quasi-inear são detalhados a seguir, um modelo de viscoelasticidade não linear está disponível no Apêndice *C*.

1.2.1 Modelo Linear de viscoelasticidade

Uma função linear significa que depende apenas de um parâmetro variável. Portanto, um modelo viscoelástico linear precisa ter uma função de relaxação linear e uma complacência à fluência linear, ou seja, ambas as funções com o tempo como única variável. Os modelos lineares de viscoelasticidade são mais comumente usados em metais.

Um dos principais modelos de viscoelasticidade linear é o de Maxwell. Esse modelo caracteriza materiais viscoelásticos como análogos a um sistema de mola e amortecedor dispostos em série, submetido à tensão σ, como mostrado na Fig. **5**.

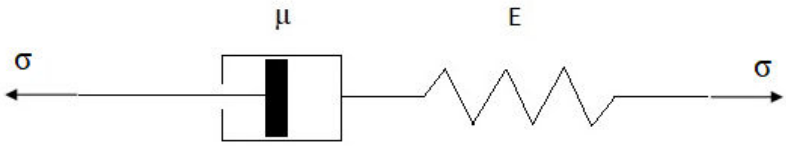

Figura 5 - Modelo de Maxwell de viscoelasticidade. Fonte: Própria

A função de relaxação do modelo de Maxwell é mostrado na equação (5).

$$G(t) = E \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \qquad \text{onde} \quad \tau = \frac{\mu}{E} \tag{5}$$

Onde *t* é o tempo e τ é o tempo de relaxação. A função de fluência do modelo de Maxwell é mostrado na equação (6).

$$J(t) = \frac{1}{E} + \frac{t}{\mu} \tag{6}$$

Uma generalização do modelo de Maxwell propõe um arranjo de vários amortecedores e molas, dispostas em paralelo. Assim, pode-se analisar o comportamento constitutivo do material com um maior número de parâmetros e coeficientes, como mostrado na Fig. **6**.

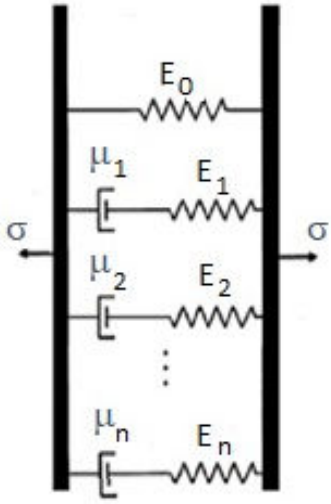

Figura 6 - Modelo de Maxwell Generalizado. Fonte: Própria

A equação (7), apresenta, através de uma série de Prony, a função de relaxação do modelo de Maxwell generalizado.

$$G(t) = G_{\infty} + \sum_{i=1}^{m} E_i \cdot e^{\frac{-t}{\tau_i}} \quad (7)$$

Onde G_{∞} é o módulo de relaxação no equilíbrio, que teoricamente só seria alcançado em um tempo infinito. Por razões práticas considera-se que este tempo é atingido quando a curva de relaxação torna-se, razoavelmente, assintótica. Este somatório pode ter tantos índices quanto for conveniente. Neste trabalho é utilizado m = 3. Comprova-se que a partir do quarto termo não há ganho relevante para a abordagem numérica, Funk *et al.* (2000).

Considera-se que para que se possa trabalhar matematicamente com o conceito de viscoelasticidade em tecidos moles, as expressões do modelo precisam ser usadas em sua forma contínua. Nessa perspectiva o fundamento da convolução se faz necessário.

Os modelos utilizados nesta dissertação são baseados no princípio de superposição de Boltzmann. A deformação é considerada como uma soma de deformações em etapas muito pequenas, variando ao longo de tempos discretos.

A maioria dos tecidos biológicos apresentam propriedades mecânicas viscoelásticas. Esta propriedade é consequência da composição dos tecidos biológicos, formadas por células, proteínas estruturais, água e demais elementos.

Rossetto (2009) ressalta a grande relevância da viscoelasticidade para a melhor modelamento dos tecidos moles como tendões e ligamentos. Zheng (1998), pesquisou a respeito das forças internas presentes no joelho humano ao longo de um exercício físico. Bernardes *et al.* (2005), modelou a articulação do joelho com parâmetros biomecânicos, por meio de exercícios extensivos em conjunto com imagens obtidas por videofluoroscópio.

Por ser propriedade fundamental para muitos tecidos biológicos, a viscoelasticidade ganha importância em estudos voltados para a medicina. Como em Aquino *et al*. (2005), que através de pesquisa bibliográfica, aborda a temática do comportamento mecânico de músculos, tendões e ligamentos. Considerando composições e estruturas, com interesse principal na reação às cargas mecânicas e imobilizações que os tecidos sofrem.

1.2.2 Modelo Quasi-linear de viscoelasticidade

Um modelo que reflita com maior precisão o comportamento de materiais viscoelásticos foi apresentado por Fung (1993), o modelo quasi-linear. Em sua função de relaxação, $G^*(t)$, a tensão é dividida em duas funções. A função denominada resposta elástica, $\sigma(\varepsilon)$, é uma função não linear. A outra função intitulada função de relaxação reduzida, $G(t)$, é uma função linear e viscoelástica. A multiplicação entre elas, da resposta elástica e da função relaxação reduzida, descreve a rigidez. A forma da equação (8) é chamada de convolução, uma breve explicação sobre este tema está disponibilizada no Apêndice *A*.

$$\sigma(t) = \int_0^t G(t-\tau) \cdot \frac{d\sigma^e(\tau)}{d\tau} d\tau \tag{8}$$

Segundo Silveira (2021a), a função de relaxação reduzida pode ser descrita pela equação (7) adaptada:

$$G(t) = G_0 + \sum_{i=1}^{3} G_i \cdot e^{\frac{-t}{\tau_i}} \tag{9}$$

Onde G_i são constantes de material e τ_i são constantes de tempo de relaxação. Proposta por Abramowitch (2004), caso seja considerada rampa inicial, a resposta elástica apenas em função do tempo, pode ser obtida:

$$\sigma^e(t) = A \cdot \left(e^{B \cdot \varepsilon(t)} - 1\right) \tag{10}$$

Sendo *A* e *B* parâmetros que representam, a constante de tensão elástica e o expoente de tensão elástica. Caso não seja considerada rampa inicial, o valor de tensão inicial σ_0 pode ser considerado (função *step*).

$$\sigma^e(t) = \sigma_0 \tag{11}$$

Em termos gerais, a teoria de Fung (1993) considera nove constantes iniciais que são caracterizadas experimentalmente. O primeiro trecho da curva de tensão *vs* tempo representa a equação de resposta elástica, onde sempre será uma função

exponencial com tendência de crescimento. Após um pico de tensão, onde se inicia a relaxação, deve-se começar a contagem de tempo.

A partir deste momento, ambas as equações começam a atuar no material, $\sigma^e(t)$ e $G(t)$. Assim é possível separadamente ajustar as curvas para obter as constantes do material em $G(t)$: $G_0, G_1, G_2, G_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3$, e as constantes *A* e *B* de $\sigma^e(t)$, caso seja considerado a rampa inicial.

2. Modelagem Analítica

Inicialmente, desenvolve-se um modelo analítico baseado em Mecânica dos Sólidos, para estimar a divisão de carregamentos nos quatro ligamentos do joelho, levando-se em conta apenas o comportamento elástico dos ligamentos de joelho. Tal modelo foi desenvolvido em abordagem 1D no espaço. Trata-se de um aprimoramento em relação ao modelo elástico 1D em um plano, mostrado no Apêndice *B*.

2.1 Modelo analítico elástico 1D no espaço

Propõe-se um modelo 1D no espaço, chamado de agora em diante apenas de modelo analítico elástico, Silva *et al.* (2020), onde os quatro ligamentos estão representados esquematicamente na Fig. **7**, com carregamento imposto, ainda com uma abordagem elástica.

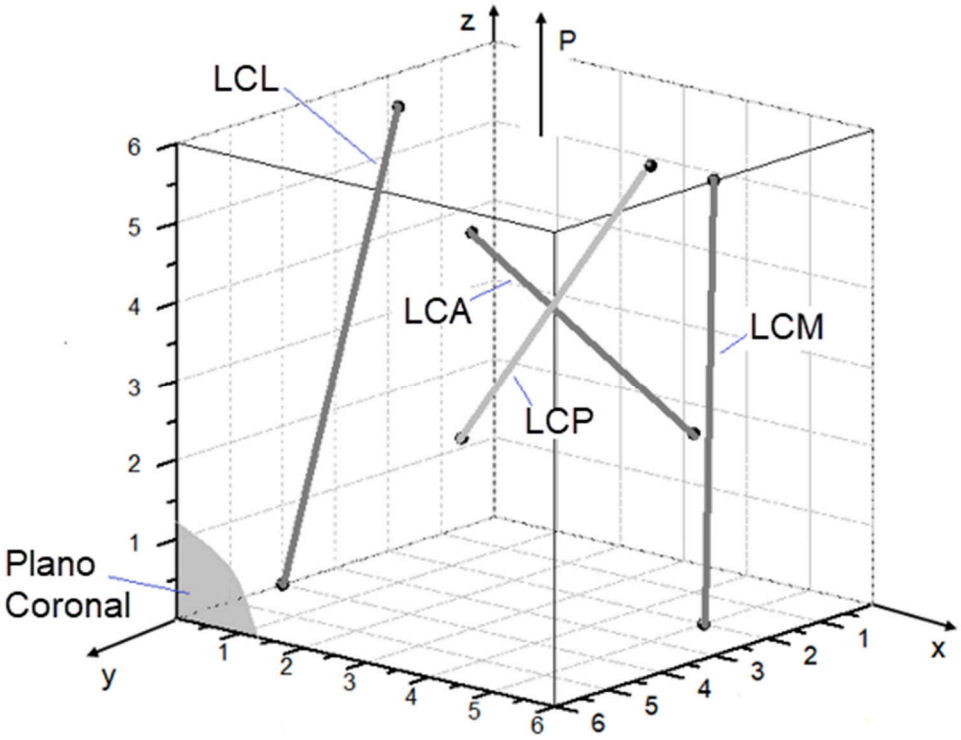

Figura 7 - Modelo de ligamentos 1D no espaço com carregamento imposto.
Fonte: Adaptado de Silva *et al*. (2020)

Para facilitar a utilização das equações, os ligamentos foram numerados conforme a sequência a seguir: LCL= 1, LCA = 2, LCP = 3, LCM = 4.

Utilizando equações de equilíbrio e de compatibilidade, tem-se:

$$F_1 \cdot \cos\theta_{1k} + F_2 \cdot \cos\theta_{2k} + F_3 \cdot \cos\theta_{3k} + F_4 \cdot \cos\theta_{4k} = P \quad (12)$$

$$\delta_1 \cdot \cos\theta_{1k} = \delta_2 \cdot \cos\theta_{2k} = \delta_3 \cdot \cos\theta_{3k} = \delta_4 \cdot \cos\theta_{4k} \quad (13)$$

Onde, para ligamento *n*, F_n é a força longitudinal (na direção do ligamento), δ_n é variação de comprimento longitudinal (na direção do ligamento), L_n é o comprimento e θ_{nk} é o ângulo com a vertical. Considerando-se, $\delta_n = \frac{F_n L_n}{S_n E_n} = \frac{F_n}{K_n}$, $K_n = \frac{S_n E_n}{L_n}$ e fazendo-se as devidas substituições, pode-se escrever:

$$\frac{F_1 \cdot \cos\theta_{1k}}{K_1} = \frac{F_2 \cdot \cos\theta_{2k}}{K_2} = \frac{F_3 \cdot \cos\theta_{3k}}{K_3} = \frac{F_4 \cdot \cos\theta_{4k}}{K_4} \quad (14)$$

Onde, para ligamento *n* (varia de 1 até 4), S_n é a área transversal, E_n é o módulo de elasticidade e K_n é a rigidez axial. Desta forma, é possível estimar as forças longitudinais em cada ligamento:

$$F_1 = \frac{P}{\cos\theta_{1k} \cdot \left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K_1}\right)} \quad (15)$$

$$F_2 = \frac{P}{\cos\theta_{2k} \cdot \left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K_2}\right)} \quad (16)$$

$$F_3 = \frac{P}{\cos\theta_{3k} \cdot \left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K_3}\right)} \quad (17)$$

$$F_4 = \frac{P}{\cos\theta_{4k} \cdot \left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K_4}\right)} \quad (18)$$

Considera-se $\cos\theta_{ni}$, $\cos\theta_{nj}$ e $\cos\theta_{nk}$ os cossenos diretores. Onde os cossenos diretores dos *n* ligamentos em relação ao vetor unitário $\vec{k}$, são descritos por:

$$\cos\theta_{nk} = \frac{L_{nk}}{L_{n0}} \qquad L_{n0} = \sqrt{L_{ni}^2 + L_{nj}^2 + L_{nk}^2} \quad (19)$$

Assim é possível estimar a tensão σ_n e a deformação ε_n para cada ligamento:

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_n} \tag{20}$$

$$\varepsilon_n = \frac{F_n}{A_n \cdot E_n} \tag{21}$$

2.2 Modelo analítico viscoelástico 1D no espaço

Um desenvolvimento do Modelo de ligamentos 1D no espaço com deslocamento imposto, chamado de agora em diante apenas de modelo analítico viscoelático, é proposto, em Kenedi *et al*. (2022) e Silveira *et al*. (2021b). O modelo de ligamentos 1D no espaço com deslocamento imposto aproxima-se mais do que ocorre na prática em um joelho, além de incluir a abordagem de viscoelasticidade quasi-linear proposto por Fung. Para este modelo, o deslocamento imposto simulou o início de um teste de relaxação, onde um *step* de deslocamento δ_z é imposto, como mostrado na Fig. **8**. A carga correspondente a este deslocamento imposto é uma força vertical de 100N.

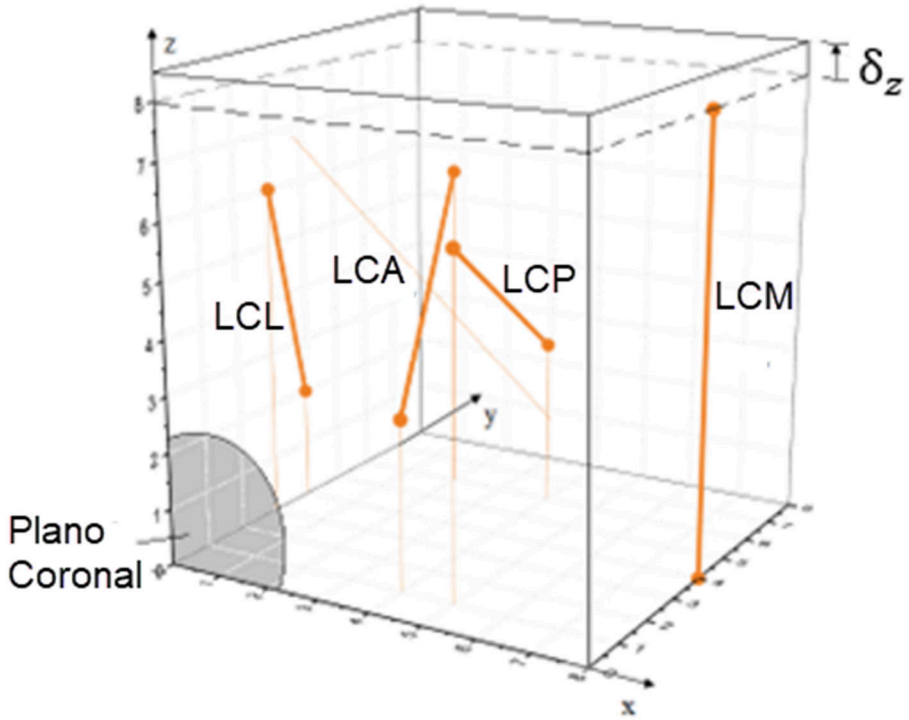

Figura 8 - Modelo de ligamentos 1D no espaço com deslocamento imposto.
Fonte: Adaptado de Kenedi *et al*. (2022)

Note que na Fig. **8**, a representação dos quatro ligamentos de joelho é desenhada de forma a acompanhar os pontos de inserções nos ossos, as inclinações e, proporcionalmente, os tamanhos de ligamentos de joelho encontrados em tratados de anatomia. A Fig. **9** mostra as variáveis geométricas de um ligamento em três instantes distintos: na condição descarregado (sem pré-carga), na condição inicial (com pré-carga, antes de impor o deslocamento δ_z) e na condição final (com pré-carga, depois de ter imposto o deslocamento δ_z).

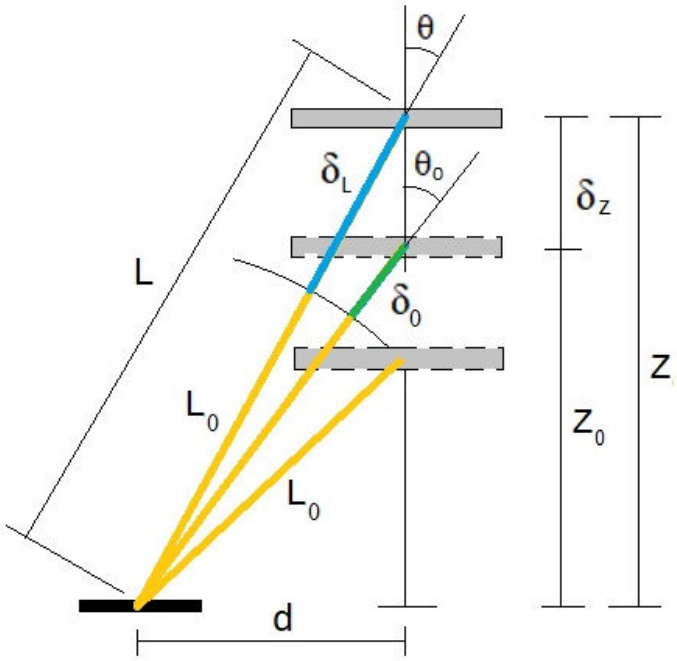

Figura 9 - Variáveis geométricas de um ligamento. Fonte: Própria

Para não sobrecarregar a Fig. **9** os índices das variáveis o número do ligamento *n* foi suprimido. As equações 22-26 descrevem a geometria básica do modelo analítico proposto.

$$L_n = L_{n0} + \delta_{nL} \qquad z_n = z_{n0} + \delta_{nz} \qquad {L_n}^2 = {z_n}^2 + {d_n}^2 \qquad (22)$$

$$\sin(\theta_{n0}) = \frac{d_{n0}}{\alpha \cdot L_{n0}} \qquad \cos(\theta_{n0}) = \frac{z_{n0}}{\alpha \cdot L_{n0}} \qquad \tan(\theta_{n0}) = \frac{d_{n0}}{z_{n0}} \qquad (23)$$

$$\sin(\theta_n) = \frac{d_n}{L_n} \qquad \cos(\theta_n) = \frac{z_n}{L_n} \qquad \tan(\theta_n) = \frac{d_n}{z_n} \qquad (24)$$

Onde, L_n é o comprimento do ligamento *n* na condição final, z_n é a projeção de L_n no eixo vertical, d_n é a projeção de L_n no plano xy, δ_{nz} é deslocamento vertical imposto no ligamento *n* e δ_{nL} é o deslocamento na direção do ligamento *n* na condição final, z_{n0} é projeção de $L_{n0} + \delta_{n0}$ no eixo vertical na condição inicial, L_{n0} é o comprimento do ligamento *n* sem pré-carga, δ_{n0} é o deslocamento na direção da linha do ligamento *n* causado pela pré-carga, θ_{n0} é o ângulo do ligamento *n* com a vertical na condição inicial, θ_n é o ângulo do ligamento *n* com a vertical para a condição final e $\alpha \cdot L_{n0} = L_{n0} + \delta_{n0}$ ou seja $\alpha = 1 + \delta_{n0}/L_{n0} = 1 + \varepsilon_{n0}$ onde α é um fator multiplicativo relacionado à pre-carga. Para este modelo proposto a pré-carga ainda será nula, portanto, $\alpha = 1$, ou ainda $\delta_{n0} = \varepsilon_{n0} = 0$.

Considerando o ligamento *n* na posição final obtém-se as equações:

$$\theta_n = \arctan\left(\frac{\alpha \cdot L_{n0} \cdot \sin\theta_{n0}}{\alpha \cdot L_{n0} \cdot \cos\theta_{n0} + \delta_{nz}}\right) \tag{25}$$

$$\delta_{nz} = \sqrt{(L_{n0} + \delta_{nL})^2 - (\alpha \cdot L_{n0} \cdot \sin\theta_{n0})^2} - \alpha \cdot L_{n0} \cdot \cos\theta_{n0} \tag{26}$$

As equações de equilíbrio vertical e de compatibilidade, são:

$$\sum_{n=1}^{4}(F_n \cdot \cos\theta_n) = P_z \tag{27}$$

$$\delta_z = \delta_{1z} = \delta_{2z} = \delta_{3z} = \delta_{4z} \tag{28}$$

Onde P_z representa a força vertical referente ao deslocamento imposto δ_z, F_n representa a força em cada ligamento *n* e δ_{nz} é o deslocamento vertical de cada ligamento *n*. É considerado que a área da seção transversal dos ligamentos se mantém constante durante a relaxação. Considera-se, também, que a teoria de pequenas deformações pode ser utilizada, sem incorrer em grandes erros.

A equação da abordagem de Fung é reapresentada à seguir, e descreve a relação de tensão-deformação para o caso geral de relaxação:

$$\sigma(t) = \int_0^t G(t-\tau) \cdot \frac{d\sigma^e(\tau)}{d\tau} d\tau \qquad \text{repetida} \tag{8}$$

Onde $G(t)$ e $\sigma^e(t)$ representam respectivamente, a resposta viscoelástica, descrita pela função de relaxação reduzida e resposta elástica do material, no início do carregamento.

Onde,

$$G(t) = G_0 + \sum_{i=1}^{3} G_i \cdot e^{\frac{-t}{\tau_i}} \qquad \text{repetida} \qquad (9)$$

$$\sigma^e(t) = A \cdot \left(e^{B \cdot \varepsilon(t)} - 1\right) \qquad \text{repetida} \qquad (10)$$

G_0 e G_i são constantes adimensionais, chamadas de módulo de relaxação do material e representam a amplitude da curva de tensão na relaxação. τ_i é o tempo de relaxação medido em segundos. A equação (9) é baseada na série de Prony, em que o módulo de relaxação varia em função do tempo.

A constante A, medida em MPa, representa a constante elástica do material. Já a constante B é adimensional e simboliza o expoente elástico. Segundo Silveira (2021a), a equação (8), de Fung, pode ser adaptada como equação (29), pois desconsidera o tempo de rampa e supõe deformação constante por toda a relaxação.

Assim, a equação da relação força-deslocamento pode ser representada como:

$$F_n(t) = F_{n0}^e \cdot G(t), \qquad F_{n0}^e = S_n \cdot A_n \cdot \left(e^{B_n \cdot \frac{\delta_{n0}}{L_{n0}}} - 1\right) \qquad (29)$$

Onde S_n é a área da seção transversal do ligamento *n*, que se supõe manter-se constante durante o carregamento. Os deslocamentos inicial e final podem ser, então, estimados:

$$\delta_{n0} = \frac{L_{n0}}{B_n} \cdot ln\left[\frac{F(t)}{S_n \cdot A_n \cdot G(t)} + 1\right] \qquad (30)$$

$$\delta_{nL} = \sqrt{\alpha^2 \cdot L_{n0}^2 + 2 \cdot \delta_{nz} \cdot \alpha \cdot L_{n0} \cdot \cos(\theta_{n0}) + \delta_{nz}^2} - L_{n0} \qquad (31)$$

Pode-se resumir o modelo analítico proposto no sistema de equações (32).

$$\begin{cases} \sum_1^4 F_n \cdot \cos\theta_n = P_z \\ F_n(t) = S_n \cdot A_n \cdot \left(e^{B_n \cdot \frac{\delta_{nL}}{L_{n0}}} - 1\right) \cdot G(t) \\ \delta_z = \delta_{nz} \\ \delta_{nz} = \sqrt{(L_{n0} + \delta_{nL})^2 - [\alpha \cdot L_{n0} \cdot \sin(\theta_{n0})]^2} - \alpha \cdot L_{n0} \cdot \cos(\theta_{n0}) \\ \theta_n = arctan\left[\frac{\alpha \cdot L_{n0} \cdot \sin(\theta_{n0})}{\alpha \cdot L_{n0} \cdot \cos(\theta_{n0}) + \delta_{nz}}\right] \end{cases} \tag{32}$$

Silveira (2021a) desenvolveu uma rotina numérica para a solução do sistema de equações (32). Como resultado, é possível obter-se, ao final desta rotina numérica, o ângulo, a força (inicial e final), o deslocamento, a deformação e a tensão em cada ligamento.

2.3 Abordagem numérica

Para a resolução do sistema de equações (32), foi utilizado a linguaguem de programação C *Sharp*.

A programação é essencialmente dividida em três partes. Consistindo em programa principal, rotinas secundárias de cada modelo e rotinas que podem ser consideradas comuns entre as rotinas secundárias. Inicialmente, na rotina principal, o usuário acessa a interface com o programa, onde são solicitados que sejam digitados parâmetros iniciais do modelo a ser utilizado, valores que serão atribuídos a variáveis de cada modelo, O valor do incremento de tempo é, também, introduzido.

Em seguida é feita uma validação dos dados inseridos. Caso exista algum valor não aceitável, é exibido uma mesagem de erro para que o usuário entre novamente com um novo valor. Em caso de todos os valores serem válidos, a rotina da programação segue para os próximos passos. Os dados são organizados, e criado um arquivo de extensão .CSV onde os todos os retornos de cálculos são registrados.

Ao iniciar a rotina principal, o programa seta o tempo inicial como zero e chama a rotina secundária do modelo solicitado, onde existe uma nova validação de dados alocando cada valor de entrada em suas respectivas variáveis do modelo.

Duas rotinas foram criadas/utilizadas, a que considera a relação Força-Deslocamento e a que considera a relação Tensão-Deformação; ambas utilizando os resultados experimentais dos testes de relaxação para contabilizar a parcela viscoelástica do tecido.

Inicia-se a rotina de cálculos desenvolvida, é realizado o registro do resultado e incrementado o tempo com o valor que foi informado inicialmente pelo usuário. O programa verifica se a variável do tempo, já considerando o incremento, ainda é menor que o tempo final. Tal sequência se repete até que o tempo incrementado seja maior que o tempo final e assim se transcreve o resultado no arquivo .CSV e volta para função principal, retornando ao usuário os valores encontrados.

Ao longo da construção da programação, existem fórmulas que são comuns a mais de um modelo, por isso se criou sub-funções para estas, a fim de otimizar a programação e o tempo de resposta para o usuário. Desta forma, ao longo da programação das funções dos modelos, são chamadas outras funções que recebem dados de entrada e retornam resultados para serem considerados no cálculo da rotina dos modelos. Tais funções, foram denominadas "Funções Auxiliares".

Utilizando-se a ferramenta Miro, encontrada de maneira gratuita online, criou-se um fluxograma, para ilustrar as etapas básicas descritas, e melhorar o entendimento e visualização das mesmas. Neste fluxograma, apresentado na Fig. **10**, é possível encontrar quatro tons de cinza que referenciam cada tipo de função, bem como o tipo de seta informa se está sendo navegado dentro do mesmo bloco de função ou se ocorre um salto para um outro bloco de programação. Maiores detalhes sobre o desenvolvimento e código do modelo utilizado são descritos em Silveira (2021a).

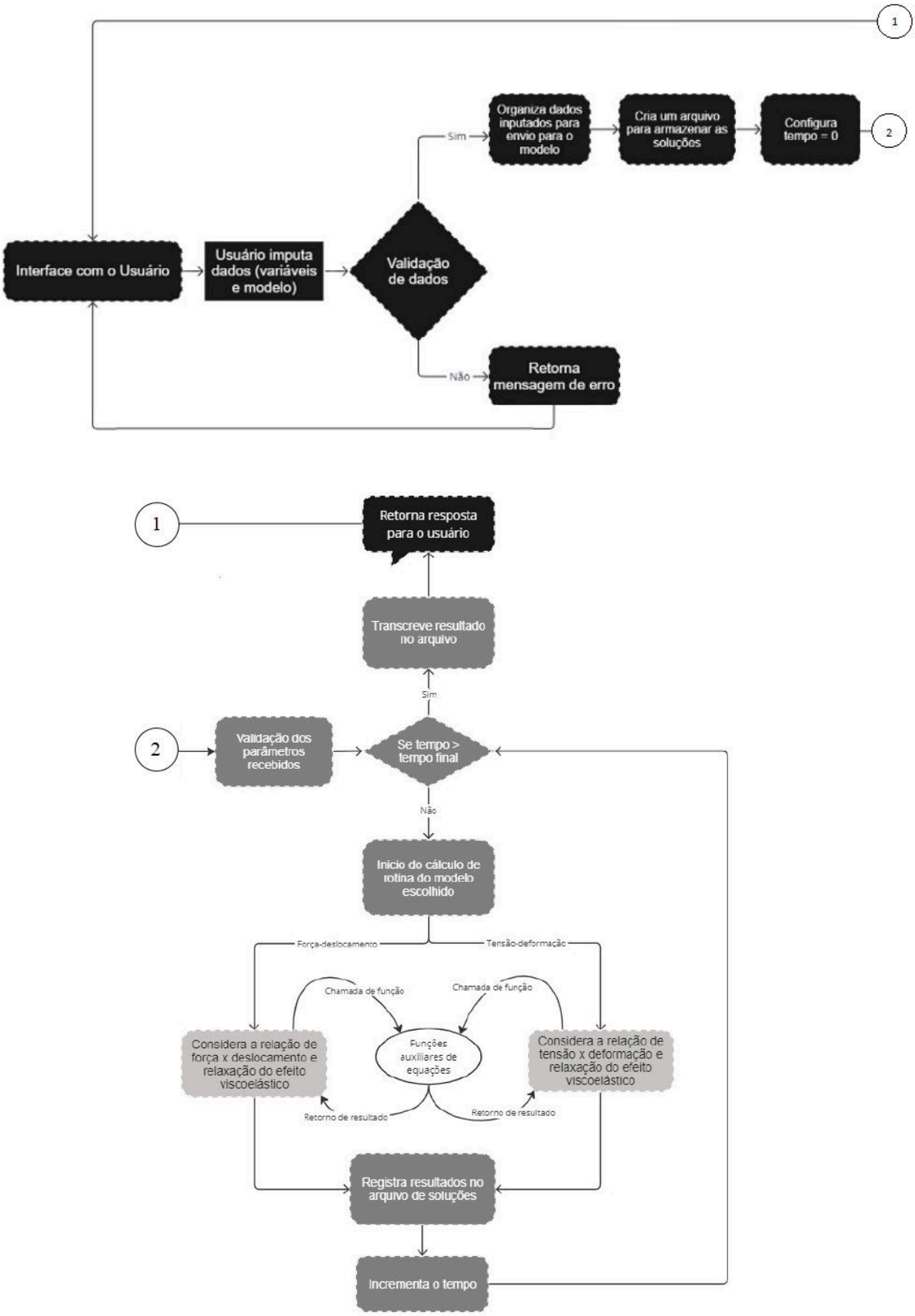

Figura 10 - Fluxograma da lógica de construção do programa. Fonte: Própria

2.4 Abordagem experimental

Além da formulação do modelo analítico proposto na seção 2.2 e da abordagem numérica mostrada brevemente na seção 2.3, nesta seção descreve-se, resumidmente, a abordagem experimental utilizada para obtenção dos dados de entrada da abordagem numérica, necessários para a solução do modelo analítico proposto.

Os testes experimentais foram realizados para a determinação das constantes da abordagem de viscoelasticidade quasi-linear de Fung. Estes experimentos foram realizados no Laboratório LADES, do CEFET/RJ, utilizando-se a máquina de ensaio de materiais, modelo Instron 6800, de capacidade de 10kN.

Os joelhos de porco foram obtidos através de um abatedouro licenciado. Logo após o abate do animal, congelavam-se os joelhos de porco. Os ligamentos de porco, após isolados, mantendo-se plugs ósseos, eram colocados em reservatórios plásticos, envoltos em gazes com soro fisiológico a 0,9%, sendo congelados à temperaturas de - 80ºC para conservação.

Cada ligamento de joelho, com os fragmentos ósseos proximais e distais preservados, como mostrado na Fig. **11.a**, era descongelado no CEFET/RJ, durante 5 horas. A seguir, os fragmentos ósseos eram furados com broca de 6 mm de diâmetro, para serem acoplados, através de pinos transversais de 6 mm, as garras da máquina de ensaio de materiais, como mostrado na Fig. **11.b**, para a a realização de ensaios de relaxação.

(a)

(b)

Figura 11- (a) c.p. de ligamento de joelho de porco com plugs ósseos proximais e distais (b) Ligamento de joelho de porco instalado nas garras da máquina de ensaio de materiais Instron. Fonte: Rodarte (2022), Rodarte (2021)

Os plugs ósseos foram mantidos para melhor fixação nas garras da máquina de ensaio de materiais, através dos pinos. Esta escolha evita qualquer tipo de escorregamento do ligamento nas garras, que poderia acontecer o caso o ligamento de joelho de porco fosse posicionado com suas extremidades “presas” em garras por atrito.

Foram realizados os ensaios de relaxação, *in vitro*, para doze c.p.s de ligamentos de joelho de porco, para quatro níveis de deformação (3, 4, 5 e 6%). A Tabela 1 apresenta as características geométricas dos c.p.s dos ligamentos dissecados.

Tabela 1 - Dimensões e área da seção transversal dos ligamentos. Fonte: Rodarte (2022)

	comprimento (mm)	largura (mm)	espessura (mm)	diâmetro (mm)	área (mm^2)
LCL_1	28	-	-	8	50,3
LCL_2	45	-	-	9	63,6
LCL_3	32	-	-	9	63,6
média	35	-	-	8,7	59,2
LCA_1	38	-	-	9	63,6
LCA_2	26	-	-	9	63,6
LCA_3	25	-	-	7	38,5
média	29,7	-	-	8,3	55,2
LCP_1	39	-	-	11	95
LCP_2	32	-	-	9	63,6
LCP_3	27	-	-	10	78,5
Média	32,7	-	-	10	79,1
LCM_1	39	10	2	-	20
LCM_2	38	5	2	-	10
LCM_3	38	10	2	-	20
média	38,3	8,3	2	-	16,7

Deve-se notar que pelos ligamentos ter sido retirados de diversos joelhos de porco, estes têm dimensões naturalmente pouco uniformes.

Nos ensaios de relaxação, os ligamentos passaram por um pré-condicionamento de 10 ciclos de 20 segundos, por um repouso de 1000 segundos e uma segunda etapa de imposição de quatro níveis de deformação crescentes (3%, 4%, 5% e 6%), seguidos por relaxações e recuperações de 400 segundos. A recuperação foi feita sempre a 2% de deformação, Rodarte (2022).

3. Resultados e discussão

Neste item são disponibilizados os resultados obtidos com a aplicação do modelo analítico viscoelástico proposto. Como mostrado em capítulos anteriores para a obtenção desses resultados, além do modelo analítico em si, tanto a abordagem experimental para a determinação das constantes viscoelásticas segundo Fung, quanto a abordagem numérica para resolver o modelo analítico proposto, foram determinates para, em conjunto, pudessem viabilizar os resultados da aplicação do modelo analítico viscoelástico proposto.

Quanto aos valores da Tabela 2, as áreas das seções transversais foram medidas experimentalmente do c.p. 2 dos ligamentos LCL, LCA e LCP, e o c.p. 3 do ligamento LCM. Os valores do módulo de elasticidade de cada ligamento E_n foram acessados em Kenedi *et al*. (2022).

Tabela 2 - Ligamentos de joelho de porco – área da seção transversal e propriedade elástica. Fonte Kenedi *et al*. (2022)

Ligamento	**LCL**	**LCA**	**LCP**	**LCM**
S_n (mm^2)	63,62	63,62	63,62	20
E_n (MPa)	4,4	5,8	25,1	3,2

Os valores gerados na Tabela 3 foram obtidos a partir da utilização da Fig. **8**, onde a representação dos quatro ligamentos de joelho é disponibilizada de forma a acompanhar os pontos de inserções nos ossos, as inclinações iniciais θ_{n0} e, proporcionalemente, os tamanhos de ligamentos de joelho iniciais L_{n0} encontrados em tratados de anatomia. Portanto L_{n0} segue a proporção anatômica de um dado joelho, que não são necessariamente iguais aos tamanhos experimentais dos ligamentos da Tabela 1.

Tabela 3 - Ligamentos de joelho de porco – comprimentos e ângulo iniciais. Fonte Kenedi *et al*. (2022)

Ligamento	**LCL**	**LCA**	**LCP**	**LCM**
L_{n0} (mm)	38	26	30	37
θ_{n0} (rad)	0,36	0,81	0,64	0,23

Na Tabela 4 são apresentados os resultados das constantes da abordagem de Fung dos ligamentos do joelho de porco, obtidas através do programa desenvolvido em C Sharp, Silveira (2021a) e utilizando os resultados dos testes experimentais de relaxação, Rodarte (2022).

Tabela 4 - Constantes de Fung de ligamentos de joelho de porco para ε = 6%. Fonte: Kenedi *et al*. (2022)

ligamento	**LCL**	**LCA**	**LCP**	**LCM**
A_n (MPa)	0.297	0.548	0.616	0.366
B_n	17.93	11.71	30.90	11.34
G_{0n}	0.552	0.747	0.604	0.578
G_{1n}	0.144	0.063	0.103	0.138
G_{2n}	0.119	0.062	0.095	0.100
G_{3n}	0.150	0.111	0.165	0.148
τ_{1n} (s)	1.486	2.448	2.176	1.750
τ_{2n} (s)	23.663	33.400	30.883	26.130
τ_{3n} (s)	277.932	364.830	342.936	323.415

As constantes de Fung podem ser entendidas como resultados intermediários necessários como entrada de dados do modelo analítico viscoelático proposto.

Estes resultados, de fato, são fundamentais para o desenvolvido da pesquisa, e não são de facilmente encontrados em literatura técnica que trata de ligamentos de joelho (de porco). Sem ter as constantes que descrevam o processo viscoelásticos em tecidos moles, como os ligamentos de joelho, qualquer modelo analítico que vise descrever mecânicamente a evolução das forças/tensões, em ligamentos de joelho, tem chances remotas de ser bem sucedido.

A Fig. **12** mostra os resultados obtidos do modelo analítico viscoelástico proposto, através da solução numérica ao sistema de equações (32). Nesta abordagem incial, ainda a pré-carga foi considerada nula ($\alpha = 1$), Silveira (2021a). Para tal utilizou-se as constantes de Fung, obtidas experimentalmente/numéricamente.

A Fig. **12** apresenta os resultados, para os quatro tipos de ligamentos de joelho de porco utilizados nesta pesquisa: os Ligamento Colateral Lateral (LCL), Ligamento Cruzado Anterior (LCA), Ligamento Cruzado Posterior (LCP) e Ligamento Colateral Medial (LCM). Os resultados dizem respeito as seguintes variáveis: do ângulo final, do deslocamento final, da deformação final, da força inicial, da força final, e da tensão final. O modelo elástico de Silva *et al.* (2020) é usado como aproximação inicial para o modelo viscoelástico proposto, pois captura apenas o fenômeno elástico.

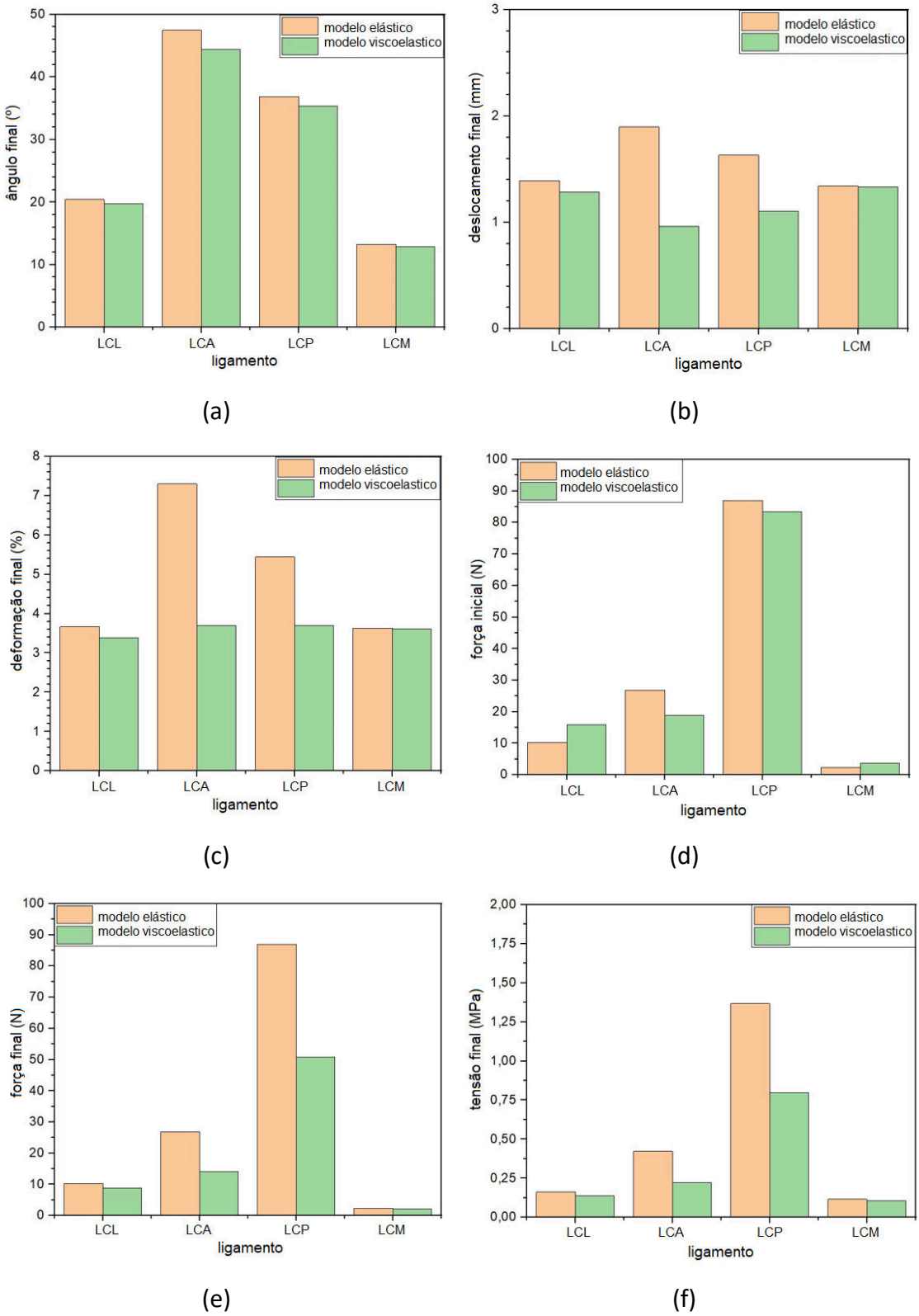

Figura 12 - (a) ângulo final, (b) deslocamento final, (c) deformação final, (d) força inicial, (e) força final e (f) tensão final. Fonte: Adaptado de Kenedi *et al*. (2022)

O termo inicial da Fig. **12.d**, está se referindo imediatamente após a imposição do deslocamento δ_z. O termo final tem dois significados distintos. Para as Figuras **12.a**, **12.b** e **12.c**, que são variáveis geométricas, o termo final está relacionado imediatamente após a imposição do deslocamento δ_z. Para as Figuras **12.e** e **12.f**, o termo final está relacionado ao final do teste de relaxação.

Embora o ângulo final da Fig. **12.a** tenha apresentado algumas semelhanças entre o modelo analítico elástico Silva *et al*. (2020) e o modelo analítico viscoelástico proposto; foram observadas diferenças significativas tanto na força final mostrado na Fig. **12.e**, quanto nas tensões finais mostrado na Fig. **12.f**. Portanto, pode-se inferir que o modelo elástico, e abordagens similares, não são adequados para modelar tecidos moles, devido a não levar em conta os efeitos viscosos existentes.

Quanto a força inicial e final distribuída por cada ligamento, ambos os modelos convergem para o fato dos ligamentos cruzados (LCA e LCP) serem os responsáveis por suportar a maior parcela da força.

De uma forma geral o modelo elástico Silva *et al*. (2020) teve um desempenho bastante modesto se comparado com o modelo analítico viscoelástico proposto. Tanto para as forças finais dos ligamentos (após o desenvolvimento do fenômeno viscoso), mostrado na Fig. **12.e**, quanto para as tensões finais dos ligamentos (após o desenvolvimento do fenômeno viscoso), como mostrado na Fig. **12.f**, as discrepâncias são bastante evidentes, principalmente para o LCA e LCP. Na Tabela 5 mostra-se o efeito do fenômeno viscoelástico nos ligamentos de joelho de porco submetidos a ensaios de relaxação.

Tabela 5 - Diminuição de força nos ligamentos no modelo analítico viscoelástico. Fonte Kenedi *et al*. (2022)

variável	Ligamento			
	LCL	LCA	LCP	LCM
Força inicial (N)	15,80	18,90	83,43	3,70
Força final (N)	8,76	14,20	50,81	2,15
Decréscimo de força (%)	44,56	24,86	39,10	41,82

O somatório das forças iniciais de cada ligamento, da Tabela 5, multiplicada pelos seus respectivos cossenos diretores iniciais, resulta em 100 N, que é a carga relativa ao deslocamento imposto δ_z (o somatório na realidade perfaz 98,2 N, e não 100 N, cuja imprecisão está relacionada aos limites do método iterativo empregado no programa em C Sharp).

Após o desenvolvimento do fenômeno viscoso (ao final do teste de relaxação), a soma da força final de cada ligamento, da Tabela 5, multiplicada por seus respectivos cossenos diretores finais, resulta em uma força final vertical de 55,7 N.

Analisando a Tabela 5, as reduções de força nos ligamentos porcinos, após o desenvolvimento do fenômeno viscoso, são muito significativas, reduzindo praticamente pela metade a resistência dos ligamentos.

A Tabela 6 mostra os resultados dos cálculos da divisão de carga no momento inicial (antes dos ligamentos serem afetados pelos efeitos viscosos) e da divisão de carga no momento final (após os ligamentos desenvolverem os efeitos viscosos, ao fim do teste de relaxação).

Tabela 6 - Divisão das cargas entre ligamentos na direção vertical. Fonte Kenedi *et al*. (2022)

variável	Ligamento			
	LCL	LCA	LCP	LCM
Divisão inicial das forças (%)	14,87	13,50	68,02	3,61
Divisão final das forças (%)	13,31	16,39	66,91	3,39

Embora os percentuais de compartilhamento de carga ligamentar não tenham mudado muito, conforme mostrado na Tabela 6, a soma vertical das forças ligamentares foi reduzida de 100 N para 55,7 N. A Tabela 6 comprova que o LCP é o ligamento mais carregado.

Na Tabela 7 apresenta-se uma tentativa de comparar-se o modelo analítico viscoelástico proposto (presente modelo) com outros trabalhos de outras referências. Procurou-se estabelecer características básicas que poderiam ser utilizadas para a comparação, como, por exemplo se os ligamentos utilizados eram de animais ou de cadáveres humanos.

Tabela 7 – Comparação entre modelos. Fonte: Própria

Característica / Artigo	Completo (2019)	Fang (2016)	Guedes (2018)	Peña (2006)	Presente modelo (2023)	Pioletti (1998)	Ristaniemi (2018)	Zhang (2011)
Propriedades de tecidos								
biológicas					x		x	
mecânicas	x			x	x			
Propriedades constitutivas								
elástica		x		x	x		x	
viscoelástica		x			x		x	
Tipo de abordagem								
analítica		x		x	x		x	
numérica	x			x	x			x
experimental			x		x	x	x	
Origem material de teste								
ligamentos humanos	x							x
ligamentos de animais			x		x		x	
Material usado para teste								
um ligamento								x
dois ou mais ligamentos	x		x	x	x	x	x	
tendão				x		x	x	

Completo *et al*. (2019) descreve o comportamento estrutural e cinético das estruturas articulares do joelho com plastia (reconstrução) do LCA, com a escolha de diversas posições para os túneis ósseos. Fang *et al*. (2016) faz uma revisão abrangente dos modelos matemáticos de tendões, em suas diferentes escalas de organização. Faz referência a abordagem quasi-linear de Fung, entre outras abordagens sobre viscoelasticidade.

Guedes *et al*. (2018) realizou ensaios de tração em quatro tipos de ligamentos de joelho de porco: LCL, LCA, LCP e LCM. Utilizou técnica semelhante a utilizada pelo grupo de Biomecânica do CEFET/RJ, ao retirar cirurgicamente os ligamentos de joelhos de porco preservando os plugs ósseos proximais e distais. Através de testes de tração acessou experimentalmente propriedades mecânicas, como o módulo de elasticidade de cada ligamento, de força e de tensão de ruptura.

Peña *et al*. (2006) realizou um estudo de EF que considerou diversos componentes do joelho humano, como os ligamentos, tendão patelar, menisco e cartilagens, além dos ossos em que cada uma dessas estruturas estão ancorados anatomicamente. Descreve o comportamento dos ligamentos e tendão patelar como modelo hiperelástico, com pré-carga nos ligamentos e tendões. Embora o carregamento aplicado tenha sido diferente do aplicado no modelo proposto, chegou a conclusões semelhantes, onde o LCA recebe mais carga que o LCM.

Pioletti *et al*. (1998) faz um trabalho teórico propondo gerar uma equação constitutiva que levava em conta tanto o efeito elástico quanto o efeito viscoelástico para grandes deformações em tecidos moles, levando-se explicitamente em conta a taxa de carregamento de ensaios de tração de ligamentos e tendões de seres humanos. Faz referência a abordagem quasi-linear de Fung.

Ristaniemi *et al*. (2018) considera os quatro ligamentos e o tendão patelar para caracterização dos tecidos quanto as propriedades mecânicas de joelhos bovinos, considerando teste senoidal para análise por frequência. Zhang *et al*. (2011), faz a análise no LCA *in vivo* para quantificar possíveis lesões no ligamento durante a prática de esportes, através de uma simulação computacional em atividades como, correr e pular.

No intuito de checar o desempenho dos resultados do modelo analítico proposto, procurou-se identificar na literatura técnica outros modelos analíticos sobre divisão de cargas em ligamentos de joelhos.

Algumas referências utilizavam simulações de EF. As referências que utilizaram ensaios experimentais tinham abordagens bastante variadas, desde ensaios de tração até a ruptura final, passando por ensaios de relaxação, até ensaios de forçamento senoidal. No modelamento analítico foram bastante diferentes tanto na escala, microscópica ou macroscópica, até aqueles que só levavam em conta os efeitos elásticos, aqueles com abordagem viscoelástica e até aqueles que o principal parâmetro era a taxa de carregamento monotônica.

Alguns trabalhos tinham alguma sobreposição como o presente trabalho, de um modelo analítico de comportamento de ligamentos e tendões humanos, mas que não tinham resultados experimentais, como em Pioletti *et al.* (1998), ou com ensaios experimentais de tração monotônica de ligamentos de joelho de porco, mas sem resultados experimentais para ensaios de relaxação, como em Ristaniemi *et al.* (2018).

Embora o número de trabalhos científicos existentes que tenham alguma sobreposição com o modelo analítico proposto, onde na Tabela 7 mostra-se apenas alguns, não se conseguiu identificar um trabalho que pudesse ser utilizado como referência ao modelo analítico proposto. Comparou-se, então, o modelo analítico proposto (de comportamento viscoelástico) com o modelo analítico inicial (com o comportamento elástico), mostrando-se a grande importância de considerar-se o efeito viscoelástico para tecidos moles.

4. Conclusão

Esta dissertação teve como finalidade a proposição de um modelo analítico viscoelástico, baseado em Mecânica dos Sólidos, que fosse capaz de estimar a divisão de carregamentos entre quatro tipos de ligamentos de joelho de porco, Ligamento Colateral Lateral (LCL), Ligamento Cruzado Anterior (LCA), Ligamento Cruzado Posterior (LCP) e Ligamento Colateral Medial (LCM), quando submetidos a um carregamento vertical.

No modelo analítico inicial muitas simplificações foram feitas. Os ligamentos são tratados como molas elásticas e lineares, onde o ligamento mais rígido recebe a maior carga. É suposto a utilização da teoria de pequenas deformações e que os ligamentos de porco pudssem ser tratados como um material de comportamento puramente elástico. Neste modelo inicial os ligamentos do joelho foram todos incluídos em um mesmo plano.

Em um desenvolvimento posterior, os ligamentos de joelho são posicionados no espaço, de forma a acompanhar os pontos de inserções nos ossos, as inclinações e os tamanhos de ligamentos encontrados em tratados de anatomia de joelho. O carregamento vertical, do modelo inicial, foi adaptado para deslocamento vertical imposto, para se aproximar mais das condições reais do joelho. Em um aperfeiçoamento adicional, a viscoelasticidade é acrescentada ao comportamento puramente elástico do modelo inicial, para se aproximar do desempenho mecânico de estruturas como os ligamentos de joelho, classificadas na literatura médica como tecidos moles.

Para incluir a parte viscosa no modelo analítico proposto, testes experimentais de relaxação em quatro tipos de ligamentos de joelho de porco, LCL, LCA, LCP e LCM, foram realizados, dentro da abordagem quasi-linear viscoelástica proposta por Fung (1993). A escolha de ligamentos retirados de joelhos de porco para a realização da parte experimental, Rodarte (2022), deveu-se à grande semelhança anatômica destes com ligamentos de joelhos humanos. Com o aumento de complexidade do modelo analítico fez-se necessário a utilização de apoio numérico para a solução do sistema de equações gerado, Silveira (2021a). A linguagem de programação C Sharp foi utilizada para suprir esta necessidade.

Os resultados mostraram que a divisão de carregamentos entre ligamentos de joelho não é tão afetada pela atuação do componente viscoso nos ligamentos de joelho, pois o componente viscoso atuaria em todos os ligamentos ao mesmo tempo.

Já o decréscimo da capacidade dos ligamentos de joelho de porco em resistir à esforços, que alcançou valores da ordem da metade das suas capacidades originais, mostrou a importância de incluir-se na parte constitutiva do modelo a previsão da atuação do fenômeno viscoelástico. Um resultado adicional foi a geração das constantes da abordagem viscoelástica quasi-linear de Fung, necessárias para implementação deste e de novos desenvolvimentos de modelos analíticos para a descrição do comportamento mecânico de ligamentos de joelho de porco.

Espera-se que profissionais da saúde consigam se beneficiar da extrapolação destes resultados para joelhos humanos, para uma melhor compreensão e previsibilidade de comportamento dos ligamentos de joelho de uma pessoa, de modo a poder contribuir para um médico ortopedista possa realizar um melhor planejamento de intervenção ou um fisioterapeuta possa aperfeiçoar o tratamento de um paciente no pós-operatório.

5. Propostas Futuras

Visando aumentar a aplicabilidade deste tema e maior proximidade com o comportamento real do joelho, um movimento do joelho mais natural, como o de flexão, está sendo implementado. Está, também, previsto a ativação da variável de pré-carga, já disponível neste modelo proposto, mas ainda não utilizada. Outro ponto importante é avaliar a distribuição de cargas entre ligamentos em outras duas situações: a) um joelho de porco com um dos ligamentos rompido e b) um joelho de porco com três ligamentos intactos e um trecho de tendão utilizado para substituição do ligamento rompido.

6. Referências

ABRAMOWITCH, S. D. e WOO, S. L.-Y. **An Improved Method to Analyze the Stress Relaxation of Ligaments Following a Finite Ramp Time Based on the Quasi-Linear Viscoelastic Theory.** JOURNAL OF BIOMECHANICAL ENGINEERING. ASME. 126: 92-97. 2004. DOI: 10.1115/1.1645528.

Acessado no YouTube, em 2023, no endereço: https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.youtube.com%2Fwatch%3Fv%3DdywBW97L2NM&psig=AOvVaw2fHBAuShaYqTdTPofsRc6R&ust=1704802562290000&source=images&cd=vfe&opi=89978449&ved=0CAQQr4kDahcKEwjAqa3d4s2DAxUAAAAAHQAAAAAQCA

AQUINO, C. F.; VIANA, S. O., Fonseca, S. T. **Comportamento Biomecânico e Resposta dos Tecidos Biológicos ao Estresse e à Imobilização.** 2005. Disponível em: https://henriquetateixeira.com.br/up_artigo/comportamento_biomecAnico_e_resposta_dos_ko5na9.pdf. Acessado em 02 de março de 2022.

BENJAMIN, M., KAISER, E., MILZ, S. **Structure-function relationships in tendons: a review.** J Anat. 212(3): 211-28, 2008. DOI: 10.1111/j.1469-7580.2008.00864.x.

BERNARDES, C., *et al*. **Determinação de parâmetros biomecânicos para o modelamento da articulação do joelho.** 2005. Laboratório de Pesquisa do Exercício, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2005.

BIRCH, H. L., THORPE, C. T.; RUMIAN, A. P. **Specialization of extracellular matrix for function in tendons and ligaments.** Muscles, Ligaments and Tendons Journal. 3 (1):12-22. 2013. DOI: 10.11138/mltj/2013.3.1.012.

BLANDFORD, C. **Nonlinear visco-elastic models applied to human medial collateral ligaments**. CMBEC40 Conference. Department of Mechanical and Materials Engineering, Faculty of Engineering the University of Western Ontario, London, ON. 2017.

COMPLETO, A., NORONHA, J. C., OLIVEIRA, C., FONSECA, F. **Análise biomecânica da reconstrução do ligamento cruzado anterior.** Revista Brasileira de Ortopedia. 54 (2):190-197. 2019. DOI:10.1016/j.rbo.2017.11.008.

COMPOSITE CONSTRUCTION. 2020. Disponível em: http://fgg-web.fgg.uni-lj.si/~/pmoze/ESDEP/master/wg10/l0520.htm. Acessado em: 6 maio 2021.

DUENWALD, S. E., VANDERBY, R., LAKES, R. S. **Constitutive equations for ligament and other soft tissue: evaluation by experiment.** University of Wisconsin. Madison, Wisconsin, USA. 2009a. DOI: 10.1007/s00707-009-0161-8.

DUENWALD, S. E., JR., R. V., LAKES, R. S. **Viscoelastic Relaxation and Recovery of Tendon.** University of Wisconsin-Madison. Madison, USA. 2009b.

ELLIS, B. J., WEISS, J. A. **Effects of aging on the cellular function, healing, and mechanical properties of ligaments.** In: Derby, B., Akhtar, R. (Eds.), Mechanical Properties of Aging Soft Tissues. Springer International Publishing Switzerland.167–185, 2015. DOI:10.1007/978-3-319-03970-1_7.

FANG, F., Lake, S.P., **Modelling approaches for evaluating multiscale tendon mechanics**. Interface Focus. 6:20150044, 2016. DOI:rsfs.2015.0044.

FRANCHI, M, TRIRÈ, A, QUARANTA, M, ORSINI, E, OTTANI, V. **Collagen Structure of Tendon Relates to Function.** Sci World J. 7:404 – 20. 2007. DOI: 10.1100/tsw.2007.92.

FUNG, Y. **Biomechanics**: Mechanical Properties of Living Tissues. Springer. 1993.

FUNK, J. R., HALL, G. W., CRANDALL, J. R., & PILKEY, W. D. **Linear and Quasi-Linear Viscoelastic Characterization of Ankle Ligaments.** Journal of Biomechanical Engineering.122(1):15-22. 2000. DOI: 10.1115/1.429623.

GARDINER J. C., WEISS J. A., ROSENBERG T. D. **Strain in the human medial collateral ligament during valgus loading of the knee.** Clin. Orthop. Relat. Res. (391):266-74. 2001. DOI: 10.1097/00003086-200110000-00031.

GRIFFIN, L.Y. *et al*. **Non-contact anterior cruciate ligament injuries: risk factors and prevention strategies**. J. Am. Acad. Orthop. Surg. 8(3):141-150, 2000.

GUEDES, R. M., SILVA, J. A., VIRIATO, N., PINTO, V. **Ligaments' clamping: a novel solution to prevent soft tissue slippage.** Journal of Mechanical Engineering and Biomechanics. 2(5): 36-42, 2018. DOI: 10.24243/JMEB/2.5.160.

KENEDI, P.P., SILVEIRA, B., BARROS, S., PINTO, L., SILVA, J., RODARTE, R. **Modeling the viscoelastic load share between knee porcine ligaments**. Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica. 2022.

MARTIN, R.B., BURR, D.B., SHARKEY, N.A., FYHRIE, D.P. **Skeletal Tissue Mechanics**. Springer; 2015.

MELLER, R., KENDOFF, D., HANKEMEIER, S., JAGODZINSKI, M., GROTZ, M., KNOBLOCH, K. **Hindlimb growth after a transphyseal reconstruction of the anterior cruciate ligament: a study in skeletally immature sheep with wide-open physes.** Am J Sports Med. 36(12): 2437- 2443. 2008. DOI:10.1177/0363546508322884.

MOON, D.K., WOO, S.L., TAKAKURA, Y., GABRIEL, M.T., ABRAMOWITCH, S.D. **The effects of refreezing on the viscoelastic and tensile properties of ligaments.** Journal of biomechanics. 39(6): 1153-7. 2006. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2005.02.012.

PARMAR, K. **Tendon and ligament: basic science, injury and repair.** Orthopedics and Trauma. 32(4):241-244. 2018. DOI: 10.1016/j.mporth.2018.05.008.

PEÑA, E., CALVO, B., MARTÍNEZ, M. A., DOBLARÉ, M. **A three-dimensional finite element analysis of the combined behavior of ligaments and menisci in the healthy human knee joint.** Journal of biomechanics. 39 (9):1686-1701. 2006. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2005.04.030.

PIOLETTI, D.P., RAKOTOMANANA, L.R., BENVENUTI, J.-F., LEYVRAZ, P.F. **Viscoelastic constitutive law in large deformations: application to human knee ligaments and tendons.** Journal of biomechanics. 31(8):753-757.1998. DOI: 10.1016/s0021-9290(98)00077-3.

PROFFEN, B.L., MCELFRESH, M., FLEMING, B.C., Murray, M.M. **A comparative anatomical study of the human knee and six animal species.** The Knee. 19(4): pp.493-9. DOI: 10.1016/j.knee.2011.07.005.

PROVENZANO, P. P., LAKES, R. S.; CORR, D. T., JR, R. V. **Application of nonlinear viscoelastic models to describe ligament behavior.** Biomech Model Mechanobiol. 1(1):45-57. DOI: 10.1007/s10237-002-0004-1.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas.** 4º Edição. Pearson Editora. 2008.

RISTANIEMI, A., STENROTH, L., MIKKONEN, S., KORHONEN, R. K. **Comparison of elastic, viscoelastic and failure tensile material properties of knee ligaments and patellar tendon.** Journal of biomechanics. 79:31-38. 2018. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2018.07.031.

RODARTE, R.R.P. **Caracterização do Comportamento Mecânico de Ligamentos de Joelho: Um Estudo Experimental em Modelo Animal Porcino.** Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais – PPEMM – CEFET/RJ. 2022.

RODARTE, R.R.P, BARROS, S.A.S, SILVEIRA, B., DUARTE, B.T., KENEDI, P.P. **Experimental Characterization of Porcine Ligaments.** Proc. Of 26th International Congress of Mechanical Engineering. COBEM. 2021.

ROSSETTO, N. P. **A viscosidade no alongamento de tendões.** Trabalho de conclusão de curso em Educação Física – Universidade Estadual de Campinas. 2009.

SCHAPERY, R. A. **On the characterization of nonlinear viscoelastic materials.** 1969. Disponível em: https://doi.org/10.1002/pen.760090410. Acessado em 24 set. 2021.

SILVA, J.E.; RODARTE, R. R. P.; SEGMILLER, L. S. P. P.; BARROS, S. A. S.; KENEDI, P. P. **An Analytical Model for Knee Ligaments**. In Proceedings of XXVII Congresso Brasileiro de Engenharia Biomecânica - CBEB 2020. Vitória, Espírito Santo, Brazil. 2020.

SILVEIRA, B. M. **Desenvolvimento de código numérico para análise de viscoelasticidade em tecidos moles.** TCC, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro, Brazil. 81p. 2021a.

SILVEIRA, B., BARROS, S. A. S., RODARTE, R. R. P., KENEDI, P. P. **Viscoelastic Modeling of Porcine Ligaments**. Proc. of 26th International Congress of Mechanical Engineering - COBEM 2021, Florianópiolis - SC. 2021b. DOI: 10.26678/ABCM.202.

SILVEIRA, B. M., BARROS, S. A. S, RODARTE, R. R. P., KENEDI, P. P. **The influence of the viscous phenomenon on the mechanical performance of a knee ligament;** VII Encontro Nacional de Engenharia Biomecânica-ENEBI 2022. Rio de Janeiro, Brazil. 2022.

SIMIONATO, E. K. **Lesões mais comuns em jogadores profissionais de futebol de campo**. 2014. Disponível em: https://www.efdeportes.com/efd197/lesoes-mais-comuns-em-futebol.htm. Acessado em 20 de julho de 2022.

STENDER, C.J., RUST, E., MARTIN, P.T., NEUMANN, E.E., BROWN, R. J., LUJAN, T.J. **Modeling the effect of collagen fibril alignment on ligament mechanical behavior.** Biomech Model Mechanobiol. 17(2): 543–57. 2008. DOI: 10.1007/s10237-017-0977-4.

THOMPSON, J. C. **Netter, Atlas da Anatomia Ortopédica.** 2 ed. - Rio de Janeiro: Esevier, 2012.

XEROGEANES *et al*. **A Functional Comparison of Animal Anterior Cruciate Ligament Models to the Human Anterior Cruciate Ligament.** Annals of Biomedical Engineering. 26(3): 345–352, 1998. DOI: 10.1114/1.91.

YU, B, GARRET, W. E. **Mechanisms of non-contact ACL injuries**. British Journal of Sports Medicine. 41(Suppl1):i47-51. 2007. DOI: 10.1136/bjsm.2007.037192.

ZHANG, Y., LIU, G., XIE, S. Q. **Biomechanical simulation of anterior cruciate ligament strain for sports injury prevention.** Computers in Biology and M|edicine. 41 (3):159-163. 2011. DOI: 10.1016/j.compbiomed.2011.01.006.

ZHENG, N. *et al.* **An analytical model of knee for estimation of internal forces during exercise.** American Sports Medicine Institute. Birmingham, Alabama, USA. 1998.

APÊNDICE *A*

A convolução é um artifício matemático necessário para que as expressões do modelo sejam resolvidas em uma forma contínua. Nas deformações existentes do modelo, são consideradas que em tempos discretos, ocorrem pequenas deformações. O somatório destas pequenas etapas resulta na deformação percebida pelo modelo.

Em teoria, a convolução pode ser explicada como a resposta ao impulso em um sistema mecânico. A Fig.A.1 considera em um tempo τ, o impulso de uma força F atuando em um intervalo $\Delta\tau$. Como resultado, existe o deslocamento $g(t-\tau)$ do sistema a partir do tempo τ.

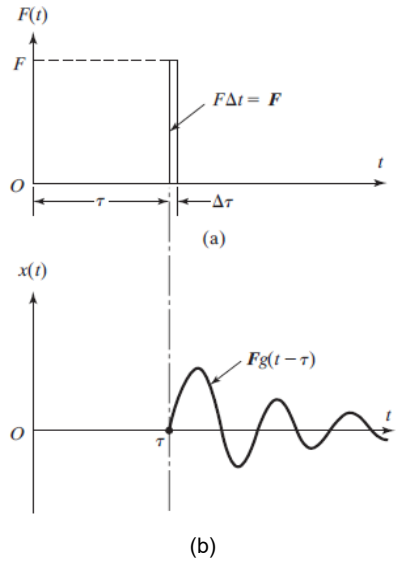

Figura A.1 - (a) Impulso ***F*** aplicado e (b) resultado do impulso. Rao (2008)

Seja ***F*** um impulso único no sistema, o seu deslocamento é descrito por:

$$\Delta x(t) = F(\tau)\,\Delta\tau\, g(t-\tau) \tag{A.1}$$

Em um sistema mecânico ao longo de um tempo inicial *0* até um tempo desejado *t*, onde uma sequência de múltiplos impulsos de força F tem o comportamento descrito como a gráfico ilustrativo da Fig. A.2.

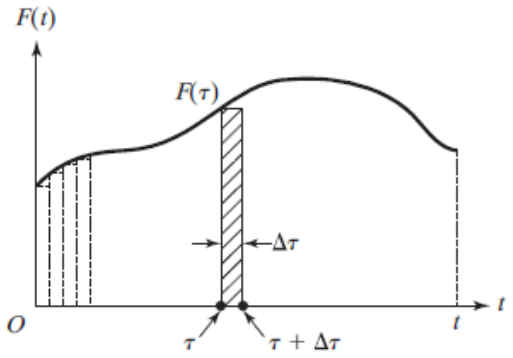

Figura A.2 – Diversos impulsos sequenciados ao longo de intervalo de tempo. Rao (2008)

O deslocamento resultante desta sequência de impulsos de F é encontrado como o somatório de deslocamentos:

$$x(t) \cong \sum_{t=0}^{t} F(\tau) g(t-\tau)\, \Delta\tau \qquad \text{(A.2)}$$

Ou pela integral de um tempo inicial *0* ao tempo desejado t:

$$x(t) = \int_0^t F(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau \qquad \text{(A.3)}$$

De maneira mais abrangente, uma convolução descrita como $h(t)$ é a integral onde existe a multiplicação de duas funções, f e g.

$$h(t) = \int_0^t f(\tau)\, g(t-\tau) d\tau = \int_0^t f(t-\tau)\, g(\tau) d\tau \qquad \text{(A.4)}$$

Na convolução, é considerado que existe um deslocamento de uma função em relação a outra em um tempo determinado, ou seja, existe um deslocamento de f em relação a g em um tempo t, ou um deslocamento de g em relação a f no mesmo tempo t. Especialmente em materiais viscoelásticos, o comportamento da tensão encontrado com a convolução é:

$$\sigma(t) = \int_0^t G(t-\tau)\, d\varepsilon(\tau) \qquad \text{(A.5)}$$

Sendo, $d\varepsilon(\tau) = \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau$, que pode ser reescrita como:

$$\sigma(t) = \int_0^t G(t-\tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad \text{(A.6)}$$

De forma análoga, a deformação referente ao tempo de 0 à t pode ser estimado:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\tau) \frac{d\sigma(t)}{dt} dt \quad \text{(A.7)}$$

Conclui-se que $G(t-\tau)$ e $J(t-\tau)$ são consideradas funções de relaxação e fluência de um material para um material viscoelástico.

APÊNDICE *B*

Modelo elástico 1D em um plano

A Fig. B.1 mostra a representação geométrica dos ligamentos de um joelho do modelo elástico 1D em um plano, Silva *et al*. (2020). O modelo analítico proposto utiliza a Mecânica dos Sólidos para estimar a divisão de cargas entre quatro ligamentos suínos, a saber: LCL, LCA, LCP e LCM.

Supõe-se que os componentes de força dos ligamentos na direção do eixo *z* estejam em arranjo paralelo, sendo submetidos ao mesmo deslocamento vertical e compartilhando forças em função das suas próprias rigidezes e ângulos. Eles são renomeados da seguinte forma: LCL = 1, LCA = 2, LCP = 3 e LCM = 4. O modelo utiliza a equação B.1 como condição de equilíbrio vertical e a equação B.2 como condição de compatibilidade geométrica, Silva *et al.* (2020).

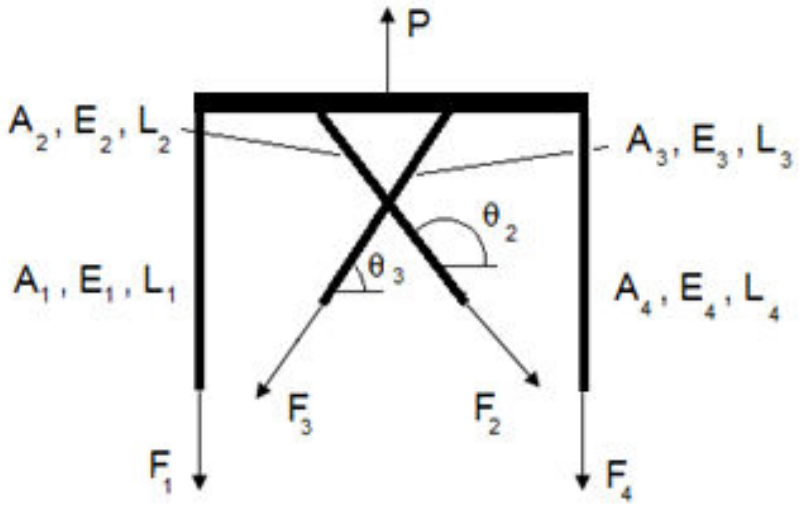

Fig. B.1. Modelo analítico elástico 1D em um plano.

$$F_1 + F_2 \cdot \sin(\theta_2) + F_3 \cdot \sin(\theta_3) + F_4 = P \tag{B.1}$$

$$\delta_1 = \delta_2 \cdot \sin(\theta_2) = \delta_3 \cdot \sin(\theta_3) = \delta_4 \tag{B.2}$$

Onde a equação B.2 mostra os deslocamentos lineares na direção do vetor unitário $\vec{k}$. Note que $\delta_n = \frac{F_n L_n}{S_n E_n} = \frac{F_n}{K_n}$, onde $K_n = \frac{S_n E_n}{L_n}$ para *n* = 1, 2, 3 ou 4. Portanto, a equação B.2 pode ser re-escrita como:

$$\frac{F_1}{K_1} = \frac{F_2 \cdot \sin(\theta_2)}{K_2} = \frac{F_3 \cdot \sin(\theta_3)}{K_3} = \frac{F_4}{K_4} \tag{B.3}$$

Assim, as forças longitudinais de LCL, LCA, LCP e LCM podem ser estimadas. Para LCL e LCM, respectivamente:

$$F_1 = \frac{P}{\left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K1}\right)} \qquad F_4 = \frac{P}{\left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K4}\right)} \tag{B.4}$$

Para LCA e LCP, respectivamente:

$$F_2 = \frac{P}{\sin(\theta_2)\left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K2}\right)} \qquad F_3 = \frac{P}{\sin(\theta_3)\left(\frac{\sum_1^4 K_n}{K3}\right)} \tag{B.5}$$

Onde, F_n são as forças longitudinais dos ligamentos, *P* é a força de carregamento vertical, θ_2 e θ_3 são os ângulos dos ligamentos (observe que os ligamentos 1 e 4 estão em posições verticais), δ_n são os deslocamentos longitudinais dos ligamentos, S_n são as áreas transversais dos ligamentos, E_n são os módulos de elasticidade dos ligamentos, L_n são os comprimentos longitudinais iniciais dos ligamentos, K_n são as rigidezes dos ligamentos.

APÊNDICE *C*

Modelo Não-linear de viscoelasticidade

Schapery (1969) estabeleceu uma relação tensão-deformação não linear para o caso de fluência e afirmou que Eq. (C.1) poderia ser formulada para o caso de relaxamento. Assumiu que a deformação ε fosse aplicada instantaneamente, como uma função *step*, não considerando o tempo de rampa como já disponível nos estudos anteriores de Provenzano *et al*. (2002), Duenwald *et al.* (2009b) e Blandford (2017).

$$\sigma(\varepsilon,t) = h_e(\varepsilon)\cdot G_e\cdot\varepsilon(t) + h_1(\varepsilon)\cdot\int_0^t \Delta G\big(\rho(t)-\rho(\tau)\big)\cdot\frac{d[h_2(\varepsilon)\cdot\varepsilon(\tau)]}{d\tau}d\tau \qquad \text{(C.1)}$$

$$\rho(t) = \int_0^t \frac{dx}{a_\varepsilon[\varepsilon(x)]} \text{ e } \rho(\tau) = \int_0^\tau \frac{dx}{a_\varepsilon[\varepsilon(x)]}$$

Onde ΔG e G_e representam, respectivamente, a função de relaxamento transiente e a função de relaxamento no equilíbrio. A função de tempo reduzido é representada por ρ(t) e ρ(τ), depende da constante de material a_ε. Essa constante está associada tanto à deformação quanto ao efeito da temperatura e depende da entropia e da energia livre do sistema. As variáveis h_e, h_1 e h_2 são constantes do material e estão ligadas tanto à deformação quanto à energia livre de Helmholtz.

De acordo com Schapery (1969), a Eq. (C.1) pode ser reescrita definindo h_1 (ε) e a_ε (ε) iguais a 1, pois os testes de tecidos apresentam tensões baixas e a variação de temperatura não é considerada para o relaxamento. A equação (C.2) pode então ser utilizada, Silveira (2021a).

$$\sigma(\varepsilon,t) = h_e(\varepsilon)\cdot G_e\cdot\varepsilon(t) + \int_0^t \Delta G(t-\tau)\cdot\frac{d[h_2(\varepsilon)\cdot\varepsilon(\tau)]}{d\tau}d\tau \qquad \text{(C.2)}$$

Segundo Provenzano *et al.* (2002) e Blandford (2017), quando a deformação permanece constante durante todo o ensaio, $\varepsilon(t) = \varepsilon_i$, a Eq. (C.2) pode ser reformulada:

$$\sigma(\varepsilon_i,t) = h_e(\varepsilon_i)\cdot G_e\cdot\varepsilon_i + h_2(\varepsilon_i)\cdot\varepsilon_i\cdot\Delta G(t) \qquad \text{(C.3)}$$

Portanto, uma equação simplificada para relaxamento com deformação constante é derivada, levando a um melhor ajuste de curva e implementação numérica.

A função de relaxamento transiente ΔG em tecidos moles, como os ligamentos do joelho, é frequentemente descrita usando uma lei de potência devido à correlação logarítmica observada entre tempo e tensão durante o relaxamento, como sugerido por estudos anteriores de Duenwald *et al*. (2009a); Provenzano *et al.* (2002); Blandford (2017).

$$\Delta G(t) = C \cdot t^{-n}, \tag{C.4}$$

onde *C* representa a rigidez do material ao relaxamento no tempo inicial e *n* representa a taxa de relaxamento, que pode ser interpretada como a inclinação em um gráfico log-log de tensão vs tempo *t*. De onde pode-se obter as constantes de Schapery por meio de ajuste de curvas nesta pesquisa.

$$\sigma(\varepsilon_i, t) = h_e(\varepsilon_i) \cdot G_e \cdot \varepsilon_i + h_2(\varepsilon_i) \cdot \varepsilon_i \cdot C \cdot t^{-n} \tag{C.5}$$

De acordo com Blandford (2017), para aumentar a precisão do processo de ajuste de curva, as seguintes equações podem ser empregadas:

$$h_e(\varepsilon) = a \cdot e^{b \cdot \varepsilon} + c \cdot e^{d \cdot \varepsilon} \qquad h_2(\varepsilon) = f \cdot e^{i \cdot \varepsilon} + j \cdot e^{m \cdot \varepsilon} \tag{C.6}$$

onde *a*, *b*, *c*, *d*, *f*, *i*, *j*, *m* são constantes adimensionais determinadas com ajuste de curva. Essas variáveis são análogas às apresentadas em Blandford (2017) e Silveira (2021a).

APÊNDICE *D*

Kenedi, P.P.; Silveira, B.M.; Barros, S.A.S.; Souza Pinto, L.; **Silva, J.E.**; Rodarte, R.R.P. Modeling the viscoelastic load share between knee porcine ligaments. In: XXVIII Congresso Brasileiro de Engenharia de Engenharia Biomédica - CBEB 2022, 2022. Florianópolis.

CLAIB&CBEB 2022
Florianópolis-SC – Brazil

Modeling the viscoelastic load share between knee porcine ligaments

P.P. Kenedi[1,2], B.M. Silveira[2], S.A.S. de Barros[2], L. de S. Pinto[2], J.E. Silva[1] and R.R.P. Rodarte[1,3]

[1] Post-Graduate Program in Mechanical Engineering and Materials Technology (PPEMM) – CEFET/RJ, Av. Maracanã, 229, RJ, Brazil
[2]Mechanical Engineering Department (DEMEC) – CEFET/RJ, Av. Maracanã, 229, RJ, Brazil
[3]National Institute of Traumatology and Orthopedics - INTO, Av. Brasil, 500, RJ, Brazil

***Abstract*— A former analytical elastic model, of the load share between porcine knee ligaments, is enhanced with the inclusion of the viscoelastic approach. Experimental tests were performed to obtain the necessary Fung's model constants. The following knee porcine ligaments were used: lateral collateral ligament (LCL), anterior cruciate ligament (ACL), posterior cruciate ligament (PCL) and medial collateral ligament (MCL). The final objective of the proposed analytical model is to estimate the load share between porcine knee ligaments, in both elastic and viscoelastic phases. Preliminary conclusions show that although load share rearrangement after viscoelastic phase is quite discreet, the force values that the ligaments resist can drop around half of its initial value. Probably, this fact explains why newly operated knee ligaments, which are apparently tight just after the operations, can develop an unstretched state, in a couple of weeks.**

***Keywords*— knee ligaments, analytic model, viscoelasticity, load share.**

I. Introduction

Zheng *et al.* [14] proposed an analytical model of the knee joint to estimate the forces at the knee during exercise. Muscle forces were estimated based upon electromyographic activities, during exercise and during maximum voluntary isometric contraction (MVIC). Shelburne and Pandy [10] proposed analytical models, where a quadriceps force was applied to extend an intact cadaveric knee quasi-statically, for a given angle of knee flexion, which defined a system of five equations with five unknowns. The solution of this system of equations was obtained through the iteratively use of a non-linear programming algorithm. Other authors have concentrated in the description of the ligaments behavior. Peña *et al.* [5] present both analytical and Finite Element Models (FEM), with complete results using principal stresses developed in the knee ligaments.

In the description of the ligaments behavior, the recognition of the importance of viscoelasticity response, to different loadings conditions, have been investigated by many authors. Provenzano *et al.* [6] state that a non-linear study of ligaments viscoelasticity requires a more general description, than the most used in quasi-linear models. Also, evidenced by experimental studies, in a rat MCL, that stress relaxation and creep are nonlinear in time. Ristaniemi *et al.* [7] studied the viscoelasticity of knee ligaments and hypothesized that viscous properties are similar between ligaments.

In their study of biomechanics of knee ligaments, Woo *et al.* [13] presented a good review of the viscoelasticity theories and properties. Considered the quasi-linear theory developed by Fung [2]. This theory combines, in a convolution integral, the non-linear elastic response and the time-dependent relaxation function, using a continuum mechanics theory approach.

In this paper a mechanical description of statically loaded porcine knee ligaments, with an imposed vertical force, that generates a vertical displacement, is presented. The relationship between angles, displacements, strains, forces and stresses, involved in the sharing load between knee ligaments, are shown in details.

II. Analitical model

The proposed analytical model deals with the sharing load between the porcine ligaments assuming an imposed initial vertical force of 100N. Also it is considered, that this force generates a vertical displacement in the knee, which increases as fast as a step, and then, the displacement is maintained constant, as a relaxation test. Moreover, it was done based on Fung's approach. This analytical model improves the former one, Silva *et al.* [11], which had assumed that the ligaments increases its lenghts (but not changes angles), just in elastic phase. This proposed analytic model considers that the ligaments lengths and angles varies continuously and encompasses both, elastic and viscoelastic phases.

The proposed analytic model uses mechanics of solids to estimate the load share between four ligaments, as shown schematically in Fig.1.a, namely: LCL, ACL, PCL and MCL. Fig. 1.b shows a schematic representation of the displacement accomplished, as a result of the imposed vertical force, on the four principal porcine knee ligaments.

Silva, J.E.; Rodarte, R.R.P.; Segmiller, L.S.P.P.; Barros, S.A.S.; KENEDI, P.P. An Analytical Model for Knee Ligaments. In: XXVII Congresso Brasileiro de Engenharia Biomecânica - CBEB 2020, 2020, Vitória.

An Analytical Model for Knee Ligaments

J. E. Silva[1], R.R.P. Rodarte[1,3], L.S.P.P. Segmiller[2], S.A.S. Barros[2] and P.P. Kenedi[1,2]

[1] Post-Graduate Program in Mechanical Engineering and Materials Technology (PPEMM) – CEFET/RJ, Av. Maracanã, 229, RJ, Brazil
[2] Mechanical Engineering Department (DEMEC) - CEFET / RJ; Av. Maracanã, 229, RJ, Brazil
[3] National Institute of Traumatology and Orthopedics - INTO, Av. Brasil, 500, RJ, Brazil

Abstract — **In this work, an analytical model of porcine knee ligaments, statically loaded, is presented. Although introductory, this elastic analytical model provided an estimative of the main mechanical variables results, as longitudinal forces and displacements, and its respective longitudinal stresses and strains, in each of four knee ligaments: lateral collateral ligament (LCL), anterior cruciate ligament (ACL), posterior cruciate ligament (PCL) and medial collateral ligament (MCL). An interesting conclusion of the application of this analytical model was that the cruciate ligaments were submitted to greater forces than the collateral ones.**

Keywords— **knee, ligaments models, biomechanics.**

I Introduction

Different approaches can be used to access the study of knee ligaments, as: modeling the knee performance, as a set of ligaments or just modeling the behavior of each ligament. Zheng *et al.* [1] proposed an analytical model of the knee joint to estimate the forces at the knee during exercise. Muscle forces were estimated based upon electromyographic activities during exercise and during maximum voluntary isometric contraction (MVIC). Shelburne and Pandy [2] proposed analytical models, where a quadriceps force was applied to extend an intact cadaveric knee quasi-statically, for a given angle of knee flexion, which defined a system of five equations with five unknowns. The solution of this system of equations was obtained through the iteratively use of a non-linear programming algorithm.

Other authors have concentrated in the description of the ligaments behavior, as Ristaniemi *et al.* [3] which studied the characterization and comparison of material properties between the knee ligaments and patellar tendon. Dumbbell-shaped tensile test samples were obtained from bovine knee ligaments and patellar tendon (PT). Sinusoidal loading tests were performed, and the results indicate that LCL was more viscous than other ligaments at low-frequency loads. MCL was the stiffest and toughest, and its modulus increased most steeply at the toe-region. Woo *et al.* [4], made a review paper providing an overview of the up to date of biological and biomechanical knowledge on normal knee ligaments, as well as ligament healing and its reconstruction after injury.

Aalbersberg *et al.* [5] made an interesting research investigating the effect of muscle activation on tendon orientation in vivo, with the utilization of magnetic resonance imaging (MRI) of the knee, that were made during relaxation and isometric knee extensions and flexions. The orientation angles of six tendons, in sagittal and frontal plane were calculated and tabulated. Galbusera *et al.* [6] did a literature review about F.E. approaches in numerical models of knee ligaments. Peña *et al.* [7], presents both analytical and Finite Element models (F.E. models), with complete results using principal stresses developed in the knee ligaments. Experimental approaches are also have been utilized, as in Slane *et al.* [8], which uses an ultrasound-based method to characterize non-uniform strains in large energy-storing tendons.

In the description of the ligaments behavior, the recognition of the importance of viscoelasticity in ligament response to different loadings conditions were investigated by many authors, as Provenzano *et al.* [9] that states that a non-linear study in the ligaments viscoelasticity requires a more general description than the most commonly used in quasi-linear models. Also, proved by experimental studies, in rat medial collateral ligament (MCL), that stress relaxation and creep are nonlinear in time. Ristaniemi *et al.* [3] studied the viscoelasticity in knee ligaments and hypothesized that viscous properties are similar between ligaments. Data analysis considered a sinusoidal curve to the stress and strain function and used simple concepts of constitutive law and ordinary differential equations for the toe-region.

Still, in a more complex math formulation and/or deepest physiology approach, other authors have contributed, as Sopakayang [10], that presents some relations between mechanical responses of the ligaments and its physiology. For this purpose, the ligament was divided in a linear elastic collagen fiber and a linear viscoelastic proteoglycan-rich matrix. An interesting concept based on Kelvin-Voigt and Maxwell's models was developed that combines the stress, deformation, elastic modulus and viscous modulus of the two ligament divisions, using also statistical analysis, and considering creep and relaxation situations. He also presented the influence of the crosslinks breaking in the matrix. Besides that, it was shown the importance of the ligaments preconditioning, due to its dependency on the stress history to the viscoelastic characteristics.

Silva, J.E.; Duarte, B. T.; Rodarte, R.R.P.; Kenedi, P.P. A Study of the Load Sharing of Knee Ligaments. In: 25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2019, Uberlândia. COBEM 2019, 2019.

25th ABCM International Congress of Mechanical Engineering
October 20-25, 2019, Uberlândia, MG, Brazil

COB-2019-1500

A STUDY OF THE LOAD SHARING OF KNEE LIGAMENTS

Juliana Emery Silva
Brenno Tavares Duarte
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais - PPEMM - CEFET/RJ; Av. Maracanã, 229 – RJ – Brazil.
emery.juliana@gmail.com, brenno_duarte@yahoo.com

Rodrigo Ribeiro Pinho Rodarte
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais - PPEMM - CEFET/RJ; Av. Maracanã, 229 – RJ – Brazil.
Instituto Nacional de Traumatologia e Ortopedia – INTO -Av. Brazil, 500, RJ, Brazil.
rrprodarte@gmail.com

Paulo Pedro Kenedi
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e Tecnologia de Materiais - PPEMM - CEFET/RJ; Av. Maracanã, 229 – RJ – Brazil.
Departamento de Engenharia Mecânica – CEFET/RJ - Av. Maracanã, 229 – RJ – Brazil.
paulo.kenedi@cefet-rj.br

Abstract. *The research in knee ligaments field has been developing quickly. Although this area has accumulated reasonable medical knowledge; the mechanical description of knee ligaments is still gathering contributions togenerate a comprehensive knowledge about this matter. In fact, certain medical conditions could be better explained using mechanical modeling. In this work, a preliminary study is implemented to access the mechanical response ofknee ligaments. In this study, four knee ligaments are used: anterior cruciate ligament (ACL), lateral collateral ligament (LCL), medial collateral ligament (MCL) and posterior cruciate ligament (PCL). Both analytical and numerical models were proposed. The analytical model comprehends the geometric, the constitutive and the share of loads of porcine ligaments.*

Keywords: *knee, ligaments, biomechanics*

1. INTRODUCTION

The study of knee ligaments can be done through the utilization of different approaches. Whereas some authors are concentrated in the description of the ligaments behavior, others are more focused in the modeling the knee as a whole, with a mechanical description of knee ligaments, that includes geometric parameters as: angles, forces, displacements and strains.

It can be mentioned some authors, that are concentrated in the description of the ligaments behavior, as Ristaniemi *et al*. (2018) which studied the characterization and comparison of material properties between the knee ligaments and patellar tendon. Dumbbell-shaped tensile test samples were obtained from bovine knee ligaments (ACL, LCL, MCL, PCL) and patellar tendon (PT) and they were subjected to tensile testing. Sinusoidal loading tests were also performed. The results indicate that LCL was more viscous than other ligaments at low-frequency loads. MCL was the stiffest and toughest, and its modulus increased most steeply at the toe-region, possibly a result of a greater amount of collagen. This study improves the knowledge about elastic, viscoelastic and failure properties of the knee ligaments and PT. Woo *et al*. (2006), made a good review paper providing an overview of the up-to-date of biological and biomechanical knowledge on normal knee ligaments, as well as ligament healing and its reconstruction after injury. Aalbersberg *et al*. (2005) made an interesting research investigating the effect of muscle activation on tendon orientation in vivo, with the utilization of magnetic resonance imaging (MRI) images of the knee, that were made during relaxation and isometric knee extensions and flexions. The orientation angles of six tendons, in sagittal and frontal plane were calculated and the angles were tabulated.

Authors, that models the knee as a whole, as Ragajopal *et al*. (2016) create an open-source software, using OpenSim, presenting a three-dimensional musculoskeletal model with high-fidelity representations of the lower limb musculature of healthy young individuals thought to simulations of gait. Its results provide an important source of muscle and ligaments behaviour during gait.